

## ЗАДАЧА СКЛАДАННЯ КАЛЕНДАРНОГО ПЛАНУ ВИКОНАННЯ РОБІТ НА ПІДПРИЄМСТВІ З МІНІМІЗАЦІЄЮ СУМАРНОГО ВИПЕРЕДЖЕННЯ ДИРЕКТИВНИХ ТЕРМІНІВ ТА МАКСИМІЗАЦІЄЮ МОМЕНТУ ПОЧАТКУ ВИКОНАННЯ РОБІТ ПАРАЛЕЛЬНИМИ ПРИСТРОЯМИ

Д.О. Волошин, О.Г. Жданова, М.О. Сперкач

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»,  
просп. Перемоги, 37, м. Київ, 03056, Україна; e-mail: denvol1996@gmail.com,  
zhdanova.elena@hotmail.com, sperkachmaya@gmail.com

У роботі розглядається задача складання календарного плану виконання робіт на підприємстві з мінімізацією сумарного випередження директивних термінів робіт та максимізацією моменту початку виконання робіт паралельними пристроями. За останні роки з'явилося багато методів вирішення даної задачі, що прагнуть спростити процес складання оптимальних календарних планів виконання робіт із визначеним директивним терміном та тривалістю виконання. Розроблений метод дозволяє скласти календарний план виконання робіт для задачі, де є визначеною кількість пристроїв, що працюють паралельно. У роботі розглянуто найбільш відомі методи розв'язання такого класу задач; було виконано їх порівняння. Визначено мету та завдання роботи. Сформульовано постановку задачі. Наведено дослідження властивостей задачі. Розглянуто застосування задачі як для одного пристрою, так і для паралельних пристроїв. Розроблено алгоритм розв'язання задачі. Проведено експериментальні дослідження роботи розробленого алгоритму, де було виділено класи задач, які в свою чергу, були розбиті на підкласи, кожен з яких визначає середнє значення тривалості, дисперсію тривалості виконання робіт та дисперсію її директивного терміну. З урахуванням прийнятого підходу до класифікації задач виділено всього 27 підкласів. У роботі було проведено по 200 експериментів для кожного підкласу задач з різною кількістю робіт для декількох паралельних пристроїв, результатами яких є порівняння роботи розробленого алгоритму та методу повного перебору. Для проведення експериментів був розроблений алгоритм генерації задач із значенням тривалості виконання та директивного терміну, що відповідає кожному підкласу задач. Експериментальні дослідження підтвердили ефективність розробленого алгоритму в рамках наведеної задачі.

**Ключові слова:** паралельні пристрої, календарний план, директивні терміни виконання робіт, максимізація моменту початку виконання робіт, мінімізація сумарного випередження.

### Вступ

Сучасні виробничі процеси на підприємствах мають тенденцію змінюватись із збільшенням кількості вимог, зростанням конкуренції та приходом нових гравців на виробничу арену. Саме ці та багато інших дій змушують підприємства переходити на новітні засоби автоматизації, методи керування робочим процесом, регулярно оновлювати техніку, яка використовується персоналом тощо, задля збільшення прибутку або покращення якості виробництва у порівнянні з іншими підприємствами.

Наразі задачі автоматизації робочих процесів можуть бути вирішені багатьма методами, зокрема і теорії розкладів.

У наш час задачі теорії розкладів мають велике прикладне значення. Швидкий розвиток зв'язку і техніки все частіше викликає необхідність побудови розкладів, що зв'язані з функціонуванням промислових підприємств та сферою обслуговування, освітою, транспортом і багатьма іншими областями. Проблематика теорії розкладів

включає в себе дослідження складності задач, розробку наближених, евристичних та точних алгоритмів вирішення. Більшість робіт присвячено комбінаторних підходам, але їх можливості суттєво обмежені розмірністю задач.

У зв'язку з цим, актуальним є розробка методу складання календарних планів виконання завдань паралельними пристроями, який допоможе зменшити сумарний штраф за порушення директивного терміну.

## Мета роботи

*Метою* роботи є підвищення ефективності функціонування виробничих систем за рахунок складання оптимальних або близьких до оптимальних за часовими критеріями календарних планів виконання робіт з мінімізацією сумарного випередження директивного строку при виконанні робіт паралельними пристроями.

Для досягнення мети необхідно розв'язати наступні *задачі*:

- виконати вибір методів складання календарних планів та існуючих систем планування;
- розробити метод розв'язання задачі складання календарного плану та мінімізації сумарного випередження директивного терміну при виконанні робіт паралельними пристроями;
- дослідити ефективність розробленого методу побудови календарних планів;
- розробити програмну реалізацію запропонованого методу;
- здійснити експериментальне дослідження отриманих результатів.

## Основна частина

Ефективне управління виробництвом вимагає застосування різноманітних математичних методів. Для розв'язання поставлених у роботі задач використано методи теорії розкладів. Вони досліджують методи та алгоритми впорядкування робіт, засобів тощо. Задачі впорядкування можуть виникати у випадках, де є вибір послідовності виконання робіт, наприклад, у транспортній сфері, на підприємстві, у школах тощо.

Напрямок досліджень, наведений у даній роботі, за останні десятиліття був цікавим багатьом вченим. Аничкин А.С. та Семенов В.А. [1] описують проблематику систематизації теорії розкладів, що використовується в різних предметних сферах. У публікації було представлено використання об'єктно-орієнтованих каркасів. Багато уваги присвячено задачам ресурсного планування. У роботі [2] описується математична модель організації та управління проектами. Згуровський М.З., Павлов О.А. та Халус О.А. довели [3], що задача складання допустимого розкладу оптимального водночас по максимізації моменту запуску та мінімізації сумарного випередження робіт є  $P$ -вирішуваною.

Всі ці підходи пропонують задовільне розв'язання задачі, але вони не припускають використання декількох пристроїв різної ефективності, що можуть працювати паралельно.

Первин Ю.А., Португал В.М., Семенов А.И. у роботі [4] описують методи вирішення задач календарного планування, що базуються на обмеженому переборі множини допустимих розв'язків. Це зумовлене використанням евристичних методів вирішення задач календарного планування, що зменшують кількість операцій у методі перебору.

Серед методів перебору необхідно виділити метод гілок та меж [5]. Метод передбачає два етапи: алгоритм розбиття на гілки та вибір поточного елемента і визначення методу оцінки вершин та знаходження нижньої межі. Велика кількість

експериментів продемонструвала, що на великих об'ємах даних алгоритм можна використовувати при вдалому виборі способу задання оцінок, але є проблема у визначенні зв'язку оцінок та критеріїв якості.

Евристичні методи розв'язання задач навів Мельник О.О. у роботі [6] на прикладі багаторівневої системи планування з урахуванням налагодження приладів та обмеженими ресурсами з наведенням практичних прикладів. Евристичні методи базуються на зниженні вимог. Методи доцільно використовувати у задачах з випадковими вхідними даними, з відсутньою математичною моделлю та у випадках відсутності точних методів вирішення задач. Більш детально про евристичні методи згадується у працях [7–9]. Підмножиною евристичних методів є генетичні алгоритми [10–17], що вперше були запропоновані Джоном Холландом. Призначені для розв'язку задач оптимізації та моделювання послідовного підбору та перенесення даних на модель, що нагадує біологічну структуру.

Подчасова Т.П., Португал В.М., Татаров В.А., Шкурба В.В. у своїй роботі [18] описували методи вирішення задач календарного планування, вказуючи на те, що при збільшенні розмірності задачі неполіноміально зростає час вирішення.

Всі ці методи та алгоритми пропонують задовільне вирішення задачі, але вони не припускають використання декількох пристроїв, що можуть працювати паралельно.

Задано множину незалежних робіт  $J = \{1, 2, \dots, n\}$ , кожна з яких складається з однієї операції. Для роботи  $j \in J$  визначені тривалість виконання  $p_j$  та директивний термін виконання  $d_j$ . Роботи надходять до системи одночасно. Процес виконання робіт є неперервним: після виконання першої по порядку роботи одразу ж розпочинається виконання другої, і так до тих пір, доки не будуть виконані всі [19].

Необхідно знайти допустимий розклад, у якому:

- момент початку виконання робіт ( $r$ ) є максимально пізнім;
- сумарне випередження моментів завершення робіт відносно директивних термінів приймає мінімальне значення.

Розглянемо частковий випадок для одного пристрою. Нехай є довільний допустимий розклад робіт  $J$ . Для кожної роботи  $j \in J$  є визначене значення директивного строку  $d_j$  та тривалості виконання  $p_j$ .

Однією із складових оптимального розкладу є виконання робіт у певному порядку, тому спочатку необхідно впорядкувати всі роботи з множини  $J$  за значенням директивного терміну у зростаючому порядку, тобто для  $j \in J$  справедливо  $d_j \leq d_{j+1}$ .

Для зручності введемо додаткові позначення:

- $end$  – кінець виконання роботи;
- $T_j$  – запізнення роботи  $j$ ;
- $maxT$  – максимальне запізнення по всім директивним термінам.

У таблиці 1 наведена впорядкована множина робіт з моментами початку та закінчення виконання.

**Таблиця 1.**

Впорядкована множина робіт

$r_j$	...	$end_j$	$r_{j+1}$	...	$end_{j+1}$	...	$r_n$	...	$end_n$
$j, d_j, p_j$			$j+1, d_{j+1}, p_{j+1}$			...	$n, d_n, p_n$		

В отриманому наборі робіт можна отримати роботи, що мають запізнення по директивним термінам, тому необхідно скорегувати моменти початку виконання, тобто розпочати виконання раніше на значення максимального запізнення серед всіх робіт.

Максимальне запізнення буде дорівнювати:

$$\max T = \max (end_j - d_j).$$

У таблиці 2 наведена множина робіт із компенсацією запізнення на значення  $\max T$ .

**Таблиця 2.**

Множина робіт із компенсацією запізнення

$r_j -$ $\max T$	...	$end_j -$ $\max T$	$r_{j+1} -$ $\max T$	...	$end_{j+1} -$ $\max T$	...	$r_n -$ $\max T$	...	$end_n -$ $\max T$
$j, d_j, p_j$			$j+1, d_{j+1}, p_{j+1}$			...	$n, d_n, p_n$		

Роботи необхідно розташувати за принципом – «роботи з найбільшим директивним терміном та найменшою тривалістю виконання – в кінець».

Серед всіх робіт обираємо ті, для яких  $T_j = 0$ . Отриманий набір робіт не буде брати участь у процесі обміну.

Розглянемо випадок з використанням декількох пристроїв.

Використаємо впорядковану множину робіт, наведену у таблиці 2.

Нижче наведено алгоритм розв’язання задачі [20].

**Крок 1.** Пошук пристрою, максимально пізній момент закінчення якого найбільш наближений та не більше значення  $d$ .

**Крок 2.** Пошук роботи з множини  $J$ , для якої справедлива нерівність  $d_j > d$ .

**Крок 3.** Якщо множина  $J$  не містить жодної роботи, що задовольняє нерівність – пошук роботи з найбільш наближеним значення директивного терміну  $d_j$ .

*Інакше* – серед отриманого набору робіт обираємо роботу з найменшою тривалістю виконання.

**Крок 4.** Призначаємо отриману роботу на **Кроці 3** на пристрій, отриманий на **Кроці 1**.

**Крок 5.** Якщо робота має запізнення – зменшуємо момент початку виконання, уникнувши запізнення.

**Крок 6.** Якщо множина  $J$  ще містить не впорядковані роботи – переходимо до **Кроку 1**.

*Інакше* – до **Кроку 7**.

**Крок 7.** Для кожного пристрою  $i \in M$  необхідно уникнути простої. Тому зменшуємо моменти початку виконання  $j$ -ї роботи на максимальне допустиме значення. Перша робота для кожного пристрою не бере участь у процесі обміну.

Задачі були розбиті на підкласи задач.

Тип задачі залежить від:

- закону розподілу тривалостей;
- закону розподілу директивних строків.

Кожен розподіл має основні параметри:

- математичне сподівання (середнє значення);
- дисперсія.

Поки будемо вважати, що випадкові величини (ВВ) «тривалість роботи» та «директивний строк» мають рівномірний розподіл [22].

Відомо, що ВВ  $X$  рівномірно розподілена, якщо вона має таку функцію щільності ймовірностей [23]:

$$f(X) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & x \in [a; b], \\ 0, & x \notin [a; b]. \end{cases}$$

Умовний запис рівномірно розподіленою ВВ  $X$ :  $X \sim U[a; b]$ , математичне сподівання дорівнює  $M(X) = \frac{b+a}{2}$ , дисперсія –  $D(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$  [23].

Рівномірно розподілену ВВ  $X \sim U[a; b]$  можна задавати і іншим способом, задавши середнє значення  $c = \frac{a+b}{2}$  та значення напівінтервалу  $f = \frac{b-a}{2}$  (саме так і будемо надалі задавати рівномірно розподілені ВВ). Відмітимо, що напівінтервал співвідноситься із дисперсією так:

$$f = 3\sqrt{D(X)},$$

тому його також можна також вважати мірою розкиду ВВ [21].

### Характеристики робіт

Середнє значення тривалостей робіт [21]. Оцінювати середню тривалість  $\bar{p}$  робіт як «мала», «середня» та «велика» будемо з огляду на те, як вона співвідноситься із значенням директивного строку (а саме, середнім значенням директивних строків  $\bar{d}$ ).

Пропонується класифікація задач по значенню середньої тривалості робіт  $\bar{p}$ , як це показано в таблиці 3.

**Таблиця 3.**

Класифікація по значенню середньої тривалості

Позначення підкласу	Інтервал значень
$S_p$	$\bar{p} \in [0.01\bar{d}; 0.05\bar{d}]$
$M_p$	$\bar{p} \in [0.06\bar{d}; 0.1\bar{d}]$
$L_p$	$\bar{p} \in [0.11\bar{d}; 0.15\bar{d}]$

Примітка. Крайні точки інтервалів підібрані з урахуванням результатів експериментів (результати, отримані для різних класів, суттєво відрізняються один від одного).

Дисперсія тривалостей робіт [21]. Наступним параметром, за яким проводиться класифікація задач, є дисперсія тривалості робіт, яка характеризує ступінь розкиду значень тривалостей робіт відносно середнього значення.

Значення напівінтервалу  $f_p$  для розподілу тривалостей робіт будемо задавати як відсоток від середнього значення тривалостей  $\bar{p}$ . З огляду на це, будемо розділяти задачі на три підкласи (табл. 4).

Таблиця 4.

Класифікація задач за дисперсією тривалості

Позначення підкласу	Інтервал значень
$S_{f_p}$	$p \in [0.9\bar{p}; 1.1\bar{p}]$
$M_{f_p}$	$p \in [0.5\bar{p}; 1.5\bar{p}]$
$L_{f_p}$	$p \in [0.1\bar{p}; 1.9\bar{p}]$

Останній параметр класифікації – ступінь розсіювання директивних строків [21]. Аналогічно ступеню розсіювання тривалостей, визначимо значення напівінтервалу  $f_d$  для розподілу директивних строків робіт як відсоток від середнього значення директивних строків  $\bar{d}$  (табл. 5).

Таблиця 5.

Класифікація задач за дисперсією директивних термінів

Позначення підкласу	Інтервал значень
$S_{f_d}$	$d \in [0.8\bar{d}; 1.2\bar{d}]$
$M_{f_d}$	$d \in [0.6\bar{d}; 1.4\bar{d}]$
$L_{f_d}$	$d \in [0.4\bar{d}; 1.6\bar{d}]$

З урахуванням прийнятого підходу до класифікації задач, виділено усього 27 класів задач, кодування яких наведено роботі [21].

Було проведено по 200 експериментів для різної кількості робіт в задачах (від 5 до 8) та для різних підкласів задач для декількох паралельних пристроїв, результатами яких було відношення кількості задач, де розроблений алгоритм дав таке ж саме сумарне випередження тривалості робіт, як і повний перебір, до загальної кількості задач.

Для перевірки роботи алгоритму складання розкладу був розроблений алгоритм генерації індивідуальних задач, який генерує набори робіт, значення тривалості виконання та директивних термінів яких визначають відповідні значення дисперсій.

До визначених класів задач були проведені експериментальні дослідження, результатами яких є ефективність роботи алгоритму складання розкладу по відношенню до методу повного перебору.

Для різної кількості робіт та класу задач отримали окремі значення відношення, графічне відображення значення яких наведені на рисунках 1–9, що дозволяє дослідити тенденцію зміни ефективності алгоритму складання розкладу при зміні кількості робіт в задачі, дисперсій тривалостей і директивних термінів робіт [21].

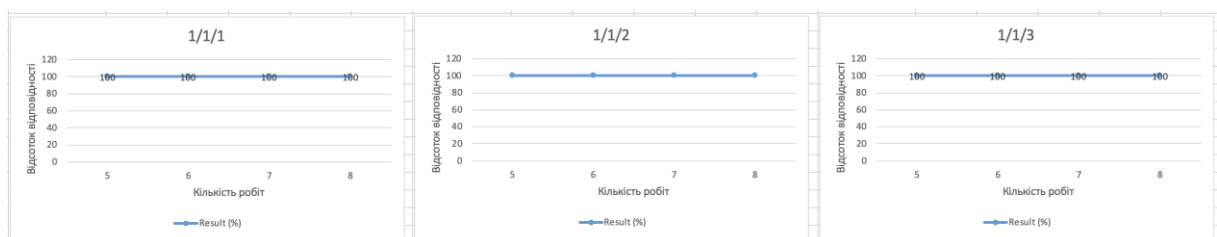


Рис. 1. Результати експериментів для задач класів 1/1/1–1/1/3

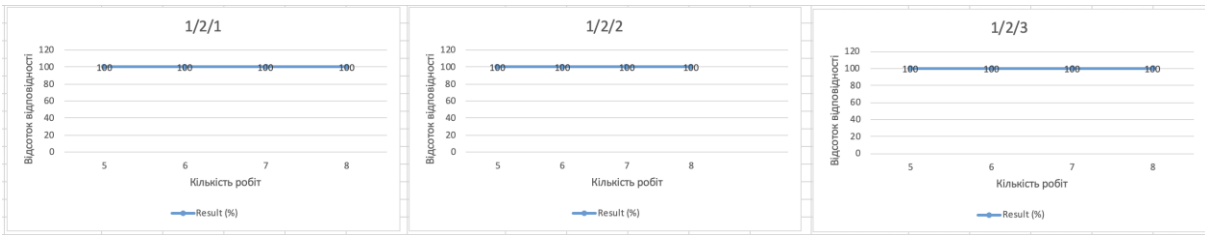


Рис. 2. Результати експериментів для задач класів 1/2/1–1/2/3

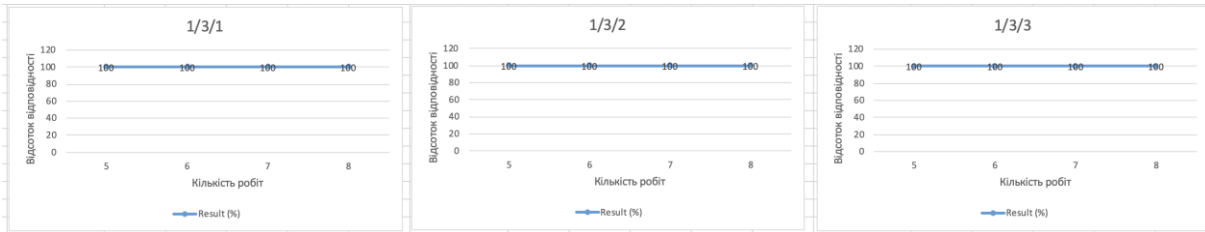


Рис. 3. Результати експериментів для задач класів 1/3/1–1/3/3

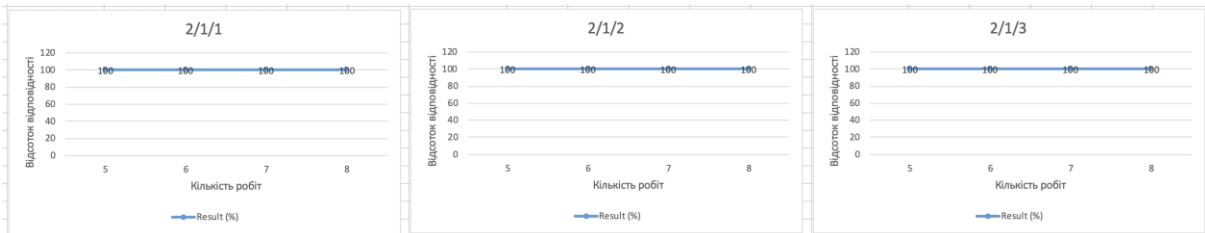


Рис. 4. Результати експериментів для задач класів 2/1/1–2/1/3

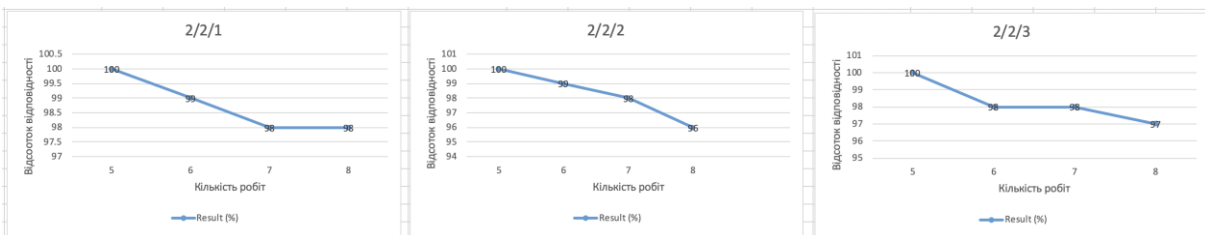


Рис. 5. Результати експериментів для задач класів 2/2/1–2/2/3

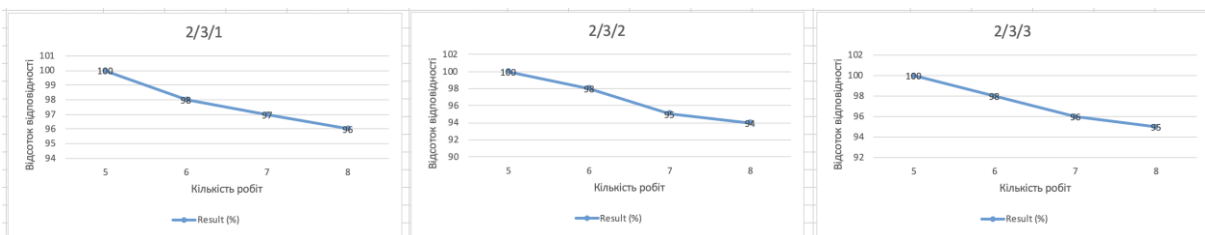


Рис. 6. Результати експериментів для задач класів 2/3/1–2/3/3

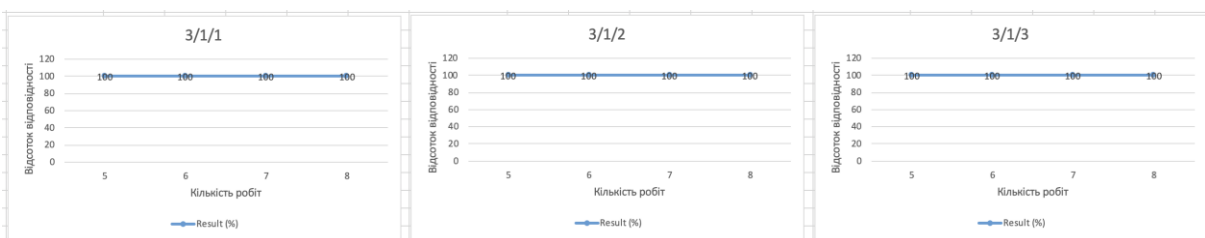


Рис. 7. Результати експериментів для задач класів 3/1/1–3/1/3

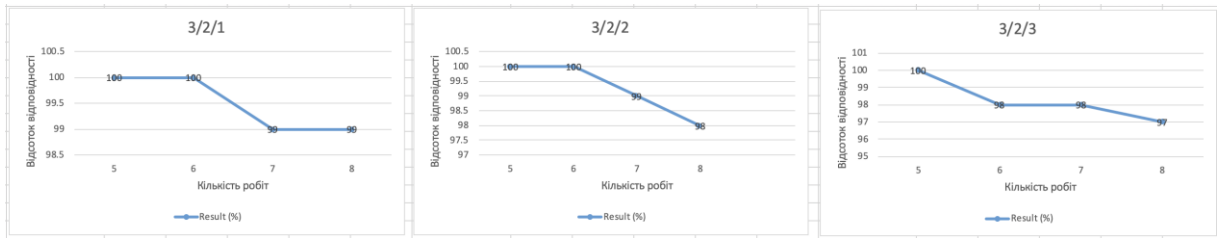


Рис. 8. Результати експериментів для задач класів 3/2/1–3/2/3

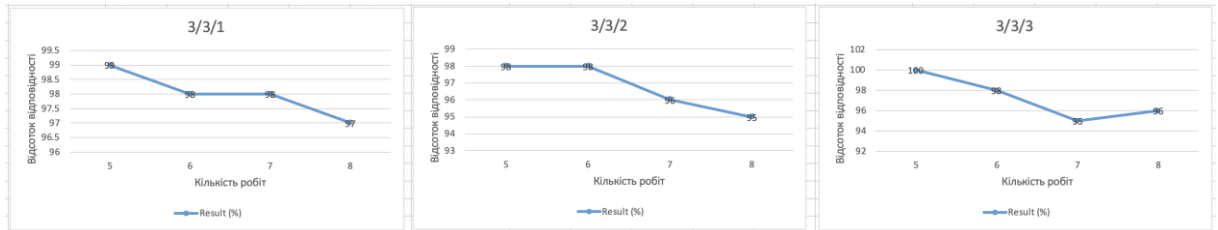


Рис. 9. Результати експериментів для задач класів 3/3/1–3/3/3

Була помічена тенденція погіршення ефективності алгоритму (у межах норми) при збільшенні значення дисперсій. Тому, алгоритм є досить ефективним в задачі, що розглядається.

Розроблений алгоритм був порівняний з методом перебору, в результаті чого отримали не менше 94% відповідності результатів.

Експериментальні дослідження підтвердили ефективність роботи алгоритму, що є оптимальним значенням в рамках даної задачі.

## Висновки

У роботі розглянуто метод вирішення задачі складання календарного плану робіт з мінімізацією сумарного випередження по директивним термінам та максимізацією сумарного випередження виконання робіт. Був здійснений огляд наявних аналогів та методів вирішення даної задачі, були наведені переваги та недоліки порівняно з існуючими рішеннями. Визначено мету та завдання роботи. Сформульовано постановку задачі. Наведено дослідження властивостей задачі. Розглянуто застосування задачі як для одного пристрою так і для паралельних пристроїв. Розроблено алгоритм розв'язання задачі. Для перевірки ефективності роботи алгоритму були здійснені експериментальні дослідження з попереднім розбиттям класів задач на підкласи, що дозволило більш точно виявити тенденцію зміни ефективності алгоритму із збільшенням кількості робіт в задачі. Експериментальні дослідження підтвердили оптимальність алгоритму в рамках розглянутої задачі.

## Список літератури

1. Аничкин А.С., Семенов В.А. Современные модели и методы теории расписаний. *Труды Института системного программирования РАН*. 2014. Т.26, № 3. С. 5-50.
2. Павлов А.А., Чернов С.К., Мисюра Е.Б. Модели и алгоритмы теории расписаний в задачах планирования и управления проектами. *Пр. Одес. политехн. ун-ту*. 2006. Вип.1. С. 150-159.
3. Згуровский М.З., Павлов А.А., Халус Е.А. Задача построения допустимого расписания с максимально поздним моментом запуска и минимальным суммарным опережением. *Системні дослідження та інформаційні технології*. 2015. № 2. С. 7-15.
4. Первин Ю.А., Португал В.М., Семенов А.М. Планирование мелкосерийного производства в АСУП. М.: Наука, 1973. С. 16-32.



5. Перовская Е.И. Об одном алгоритме решения задачи календарного планирования. *Вычислительные процессы и структуры*. Л.: Машиностроение, 1982. С. 84-92.
6. Мельник О.О. Евристичні алгоритми розв'язання одноетапних задач складання розкладів для удосконалення моделі багаторівневої системи планування. *Науковий вісник НЛТУ України*. 2015. №8. С. 1-7.
7. Monma C.L., Potts C.N. Analysis of heuristics for preemptive parallel machine scheduling with batch setup times. *Operations Research*. 1993. Vol.41. Pp. 981-993.
8. Lee H., Guignard M. A hybrid bounding procedure for the workload allocation problem on parallel unrelated machines with setups. *Journal of the Operational Research Society*. 1996. Vol.47. Pp. 1247–1261.
9. Зак Ю.А. Прикладные задачи теории расписаний и маршрутизации перевозок. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2012. 67 с.
10. Емельянов В.В., Курейчик В.В., Курейчик В.М. Теория и практика эволюционного моделирования. М.: Физматлит, Наука, 2003. 434 с.
11. Курейчик В. М. Генетические алгоритмы: монография. Таганрог: Изд. ТРТУ, 1998. 242 с.
12. Cheveland G.A., Smith S.F. Using genetic algorithms to schedule flow shop releases. In: *J.D. Shaffer (Hrsg.): Proceedings of the third international conference on genetic algorithms*, Morgan Kaufman, San Mateo, 1989. Pp. 160-169.
13. Glover F. Tabu Search, Part II. *ORSA Journal on Computing*. 1990. Vol.2, №1. Pp. 4-32.
14. Nissen Volker Einföhlung in Evolutionäre Algorithmen. Optimierung nach dem Vorbild der Evolution. München, 1997. 345 p.
15. Goldberg D.E. Genetic Algorithms in Search. Optimization, and Machine Learning. 1998. 403 p.
16. Michalewicz Z. Heuristic methods for evolutionary computations techniques. *Journal of Heuristics*. 1995. №1. Pp. 177-206.
17. Michalewicz Z. Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs. Berlin: Springer, 1999. 67 p.
18. Эвристические методы календарного планирования / Т.П. Подчасова, В.М. Португал и др. – Киев.: Техника, 1980. С. 20-25.
19. Згуровский М.З., Павлов А.А., Халус Е.А. Задача построения допустимого расписания с максимально поздним моментом запуска и минимальным суммарным опережением. *Системні дослідження та інформаційні технології*. 2015. № 2. С. 7-15.
20. Волошин Д.О., Клименко В.М., Сперкач М.О., Жданова О.Г., Халус О.А. Дослідження задачі визначення максимально пізнього моменту початку виконання робіт з мінімізацією сумарного випередження відносно директивних термінів виконання. МОДС 2019 Тези доповідей. 2019. С. 398-401.
21. Волошин Д.О., Сперкач М.О., Жданова О.Г. Дослідження задачі визначення максимально пізнього моменту початку виконання робіт з мінімізацією сумарного випередження відносно директивних термінів виконання робіт при виконанні робіт паралельними пристроями. *Матеріали III всеукраїнської науково-практичної конференції молодих вчених та студентів «Інформаційні системи та технології управління» (ІСТУ-2019)*. Київ.: НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського», 20-22 листопада 2019. С. 71-74.
22. Зубков Ю.С. Равномерное распределение вероятностей. Чистая и прикладная математика. URL: [https://function-x.ru/probabilities\\_distribution\\_uniform.html](https://function-x.ru/probabilities_distribution_uniform.html).
23. Егорова Э.В. Равномерный и нормальный законы распределения непрерывных и случайных величин. URL: [http://edu.tltsu.ru/er/er\\_files/book3703/book.zip](http://edu.tltsu.ru/er/er_files/book3703/book.zip).

**ЗАДАЧА СОСТАВЛЕНИЯ КАЛЕНДАРНОГО ПЛАНА ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТ НА ПРЕДПРИЯТИИ С МИНИМИЗАЦИЕЙ СУММАРНОГО ОПЕРЕЖЕНИЯ ДИРЕКТИВНЫХ СРОКОВ И МАКСИМИЗАЦИЕЙ МОМЕНТА НАЧАЛА ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТ ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ УСТРОЙСТВАМИ**

Д.О. Волошин, Е.Г. Жданова, М.О. Сперкач

Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского»,  
просп. Победы, 37, Киев, 03056, Украина; e-mail: denvol1996@gmail.com,  
zhdanova.elena@hotmail.com, sperkachmaya@gmail.com

В работе рассматривается задача составления календарного плана выполнения на предприятии с минимизацией суммарного опережения директивных сроков работ и максимизацией момента начала выполнения работ параллельными устройствами. За последние годы появилось множество методов решения данной задачи, которые стремятся упростить процесс составления оптимальных календарных планов выполнения работ по заданным директивным сроком и продолжительностью выполнения. Разработанный метод позволяет составить календарный план выполнения работ для задачи, где есть определенное количество устройств, работающих параллельно. В работе рассмотрены наиболее известные методы решения такого класса задач и выполнено их сравнительную характеристику. Определены цели и задачи работы. Сформулировано постановку задачи. Приведены исследования свойств задачи. Рассмотрено применение задачи как для одного устройства так и для параллельных устройств. Разработан алгоритм решения задачи. Проведены экспериментальные исследования работы разработанного алгоритма, где было выделено классы задач, которые в свою очередь были разбиты на подклассы, каждый из которых определяет среднее время, дисперсию продолжительности выполнения работ и дисперсию ее директивного срока. С учетом принятого подхода к классификации задач, всего выделено 27 подклассов задач. В работе было проведено по 200 экспериментов для каждого подкласса задач с разным количеством работ для нескольких параллельных устройств, результатами которых является сравнение работы разработанного алгоритма и метода полного перебора. Для проведения экспериментов был разработан алгоритм генерации задач со значением длительности выполнения и директивного срока, соответствующее каждому подклассу задач. Экспериментальные исследования подтвердили эффективность разработанного алгоритма в рамках приведенной задачи.

**Ключевые слова:** параллельные устройства, календарный план, директивные сроки выполнения работ, максимизация момента начала выполнения работ, минимизация суммарного опережения.

**WORK PERFORMANCE SCHEDULING WITH MINIMIZATION OF OVERALL  
ADVANCE IN SCHEDULE DATE AND MAXIMIZATION OF THE MOMENT OF  
THE BEGINNING OF THE WORK PERFORMED BY PARALLEL DEVICES**

D.O. Voloshyn, O.G. Zhdanova, M.O. Sperkach

National technical university of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv polytechnic institute"  
37, Peremogy Ave., Kyiv, 03056, Ukraine; e-mail: denvol1996@gmail.com,  
zhdanova.elena@hotmail.com, sperkachmaya@gmail.com

The work considers the work performance scheduling with minimization of overall advance in schedule date and maximization of the moment of the beginning of the work performing by parallel devices. Over the past years, many methods have emerged for solving this problem, which seek to simplify the process of compiling optimal scheduling plans for the performance of work for specific schedule date and execution time. The developed method allows you to draw up a work schedule for a case where there is a certain number of devices working in parallel. In the work, the most famous methods for solving this class of problems are considered and their comparative characteristic is performed. The goals and objectives of the work are defined. The statement of the problem is formulated. Investigations of the properties of the problem are presented. The application of the task for both a single device and parallel devices is considered. An algorithm for solving the problem is developed. Experimental studies of the work of the developed algorithm were carried out, where classes of tasks were distinguished, which in turn were divided into subclasses, each of which determines the average execution time, variance of the duration of the work, and variance of its schedule date. Taking into account the adopted approach to the classification of tasks, a total of 27 subclasses were identified. In the work, 200 experiments were conducted for each subclass with a different number of jobs for several parallel devices, the results of which are a comparison of the developed algorithm and the exhaustive search method. For the experiments, an algorithm for generating tasks was developed with a value of the duration and the deadline corresponding to each subclass. Experimental studies have confirmed the effectiveness of the developed algorithm in the framework of the above task.

**Keywords:** parallel devices, schedule, schedule date, maximizing the moment of the beginning of the work, minimizing overall advance.