

**МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ВАГОНА-ЦИСТЕРНИ ТА НАЛИВНИХ ВАНТАЖІВ,
ЩО ПЕРЕВОЗЯТЬСЯ НЕЮ****С.А. Положаєнко, О.В. Рудковський**

Одеський національний політехнічний університет,
просп. Шевченка, 1, Одеса, 65044, Україна; e-mail: sanp277@gmail.com

Аналіз логістичного забезпечення залізниці показує, що при зростанні відповідальності останньої за надання якісних транспортних послуг відсутня можливість отримання повної оперативної інформації щодо стану вантажів, зокрема, класу наливних вантажів, які перевозяться у вагонах-цистернах з обмеженим доступом для вимірювань за весь час здійснення операцій транспортного циклу. Зазначена задача наразі не має ефективних шляхів рішення, причому її актуальність полягає в тому, що під час транспортування даної групи вантажів або перебування в умовах інфраструктури залізниці під впливом природних факторів (опадів, перепадів температури тощо) фізико-хімічні властивості наливних вантажів можуть зазнавати значних змін, навіть до втрати їх (вантажів) товарної цінності (зміна агрегатних станів, агломерація різної фізичної природи, утворення нових речовин та підвищене газовиділення тощо). Ускладнення щодо вирішення задачі визначення поточного стану вантажів вказаного класу та відповідного нетяглового рухомого складу виникають через неможливість прямих вимірів, зумовлену, зокрема, такими чинниками як: відсутність прямого доступу до вантажу для вимірювань (внаслідок пломбування вагонів); значні геометричні розміри вагонів, що ускладнює для них заміри у всій порожнині; не виправдані витрати часу на здійснення вимірювань тощо. Дієвим шляхом розв'язування задачі визначення поточного стану вантажів при здійсненні операцій транспортного циклу на залізниці слід розглядати запровадження підходу, що ґрунтується на застосуванні методів математичного моделювання з відповідною модельною підтримкою. В цьому випадку, з одного боку – не виникає потреби додаткового дообладнання РС та інфраструктури залізниці певною апаратурою (датчики, засоби телеметрії, канали зв'язку тощо), а з другого боку — забезпечується отримання оцінки стану вантажу з бажаною деталізацією по всій порожнині вагону та прогнозування стану вантажу на бажаний період часу з урахуванням можливих змін умов (погодних, транспортних, перевантаження тощо) при здійсненні технологічних операцій залізницею.

Ключові слова: не тягловий рухомий склад, вагон-цистерна, наливні вантажі, математична модель, алгоритм числової реалізації.

Актуальність теми

Важливою задачею при здійсненні залізничних перевезень, яка на даний час не має ефективних шляхів рішення, є задача визначення поточного стану вантажів при виконанні операцій транспортного циклу (магістральні перегони між станціями призначення, тимчасове збереження вантажу у вагонах при формуванні складу поїздів та на «відстої» тощо). Зокрема, ця задача гостро стоїть для класу вантажів таких груп як: наливні, сипкі, кускові та гранульовані, а також нетяглового рухомого складу (РС), в яких зазначені вантажі перевозяться (тимчасово зберігаються). Актуальність вирішення цієї задачі полягає в тому, що під час транспортування даних груп вантажів, або перебування в умовах інфраструктури залізниці, під впливом природних факторів (опадів, перепадів температури, зміни освітленості, сонячної радіації тощо) фізико-хімічні властивості вантажів можуть зазнавати значних змін, навіть до втрати їх (вантажів) товарної цінності (зміна агрегатних станів, агломерація різної фізичної природи, утворення нових речовин та підвищене газовиділення тощо). Ускладнення

щодо вирішення задачі визначення поточного стану вантажів вказаного класу та нетяглового РС, в якому вони перевозяться (тимчасово зберігаються), виникають через неможливість прямих вимірів, зумовлену, зокрема, такими чинниками як: відсутність прямого доступу до вантажу для вимірювань (внаслідок пломбування вагонів); значні геометричні розміри вагонів, що ускладнює для них заміри у всій порожнині; невиправдані витрати часу на здійснення вимірювань тощо.

Принагідно слід зазначити, що останнім часом робляться спроби розташування датчиків у опломбованих вагонах та здійснення відповідних дистанційних вимірювань. Однак, така практика пов'язана з певними матеріальними витратами на реалізацію такого роду вимірювань (вартість датчиків; обладнання вагонів та залізничної інфраструктури необхідною апаратурою для дистанційних вимірювань і вимірювань під час руху; метрологічна підтримка), а також забезпечує лише інтегральну (або, навіть, точкову) оцінку стану вантажів, що зумовлено розташуванням у вагоні, як правило, одного датчика.

Огляд досліджень

Наявні літературні джерела, присвячені організації та виконанню залізничних перевезень, в питаннях щодо прогнозування стану вантажів при здійсненні технологічних операцій транспортування, зосереджують увагу на захисті [1–5] та забезпеченні бажаних умов зберігання вантажів [6–9]. Контролю поточного стану вантажів за допомогою датчиків, розташованих у вагонах, присвячено, зокрема, роботи [10, 11]. Наразі не виявлено робіт, в яких піднімаються питання математичного моделювання стану вантажів та нетяглового РС, в яких вони перевозяться

Мета роботи

Метою статті є виклад теоретичних розмірковувань щодо розробки математичних моделей (ММ) вагону-цистерни та наливних вантажів, що транспортуються нею, а також результатів практичних досліджень з числової реалізації зазначених ММ.

Основна частина

Розглянемо питання побудови ММ нетяглового РС залізниці (вагона-цистерни) та наливних вантажів на всіх етапах циклу транспортування нею (міжстанційні перегони, завантажувально-розвантажувальні операції, «відстій» і складське зберігання), а також числові методи реалізації зазначених моделей.

Зазначимо, що з точки зору постановки та розв'язування задач математичного моделювання особливий інтерес слід зосередити, зокрема, з одного боку – на вагонах-цистернах а з другого – на наливних вантажах. Цей інтерес зумовлено тим, що зазначені вантажі на етапах циклу транспортування залізницею, в силу своїх фізико-хімічних особливостей (зокрема, фазовим переходам та газовиділенню, спричинених перепадами температур; підвищеною гігроскопічності від зміни вологості, тощо) можуть зазнавати суттєвого негативного впливу, навіть до втрати товарної цінності (наприклад, загустіння, спікання, розкладання із переходом у інші агрегатні стани або речовини), що можна прогнозувати в ході математичного моделювання. Транспортування даної групи вантажів здійснюється саме вказаним вище нетягловим РС (вагонами-цистернами), що також зумовлює необхідність складання ММ цього РС. Крім того інтерес щодо постановки та розв'язування задач математичного моделювання стану перелічених вантажів, в тому числі прогнозування їх фізико-хімічних властивостей у

певний час (та відповідного нетяглового РС) впливає з умов транспортування – обов’язкового «пломбування» вагонів, що виключає можливий доступ до вантажів та контроль (вимір) їх поточного стану.

Таким чином, математичне моделювання стає чи не єдиним доступним інструментарієм щодо проведення такого роду досліджень.

Вагон-цистерна, який не має додаткового обладнання являє собою металевий (сталевий) бак циліндричної форми радіусу r та довжиною z (рис. 1).

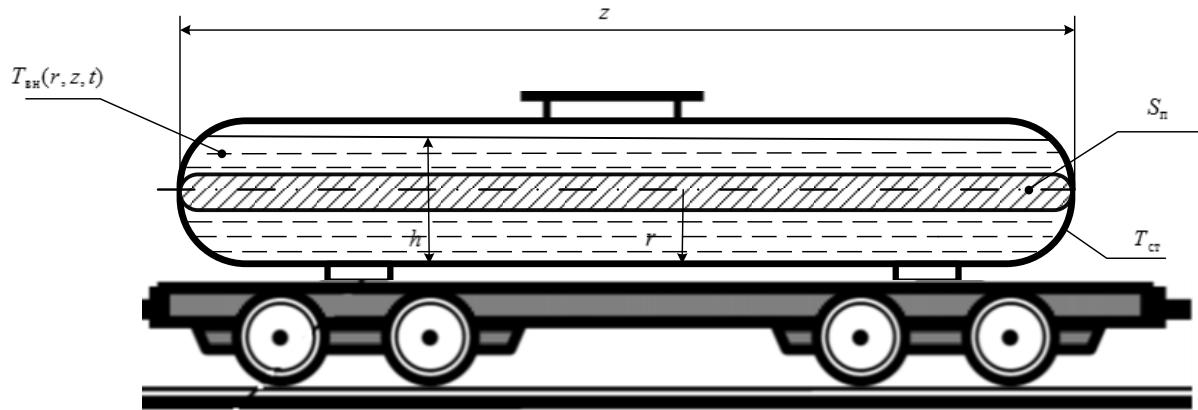


Рис. 3. Розрахункова схема вагона-цистерни

Область Ω в просторі \mathcal{R}^n , яку займає рідина-вантаж в порожнині вагону-цистерни, являє собою в перетині по осі уздовж останньої – прямокутник (округленнями у передній та задній частинах конструкції вагона-цистерни для простоти можна знехтувати), границю Γ якого утворює зверху «дзеркало» рідини-вантажу, а з боків та низу – стінки баку вагону-цистерни. Область Ω з границею Γ утворюють замикання $\bar{\Omega} = \Omega \cup \Gamma$. Час перебування вантажу у вагоні-цистерні (враховуючи час перевезення та/або тимчасового зберігання) представляється інтервалом $t = [0, t_k]$. Бак вагона-цистерни характеризується площиною горизонтального перетину $S_{\text{п}}$ та висотою h стовпа рідини (вантажу), що перевозиться. Рідина-вантаж має температуру внутрішньої порожнини баку вагона-цистерни $T_{\text{вн}} = T_{\text{вн}}(r, z, t)$, а зовнішня стінка баку $T_{\text{ст}}$ може приймати температуру оточуючого середовища $T_{\text{ос}}$ або зазнавати радіаційного опромінення до температури $T_{\text{рад}}$. Об’єм рідини, що перебуває в порожнині баку вагона-цистерни, характеризується початковим значенням на момент завантаження $t_{\text{п}}$, а саме $V_{\text{поч}}(t_{\text{п}})|_{t_{\text{п}}=0} = V_{\text{поч}}$, та поточним значенням на момент часу t_k – тобто $V_{\text{пот}}(t_k)$.

З урахуванням введених позначень, запишемо рівняння матеріального та енергетичного (у вигляді рівняння динаміки температури) балансів для баку вагона-цистерни у диференціальній формі:

$$S_{\text{п}} \frac{\partial h(r, z, t)}{\partial t} = \frac{V_{\text{поч}} - V_{\text{пот}}(t_k)}{t_k - t_{\text{п}}} = \frac{V_{\text{поч}} - V_{\text{пот}}(t_k)}{t_k}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial T_{\text{вн}}(r, z, t)}{\partial t} = -\frac{m\alpha V_{\text{пот}}(t_k)}{\rho C_p S_{\text{п}}} \left[\frac{\partial T_{\text{вн}}(r, z, t)}{\partial z} + \frac{1}{2\pi r} \frac{\partial T_{\text{вн}}(r, z, t)}{\partial r} \right] - \frac{2\pi r m \alpha}{\rho C_p S_{\text{п}}} [T_{\text{ст}}(t_k) - T_{\text{вн}}(r, z, t)] \quad (2)$$

з початковими

$$V_{\text{поч}}(t_{\text{п}})|_{t_{\text{п}}=0} = V_{\text{поч}_0}, \quad V_{\text{пот}}(t_{\text{к}})|_{t_{\text{к}}=0} = V_{\text{поч}_0}, \quad T_{\text{вн}}(r, z, t)|_{t=0} = T_{\text{вн}_0}, \quad T_{\text{ст}}(t)|_{t=0} = T_{\text{ст}_0}, \quad (3)$$

та граничними умовами

$$\begin{aligned} h(r, z, t)|_{r=0} &= 0, \quad T_{\text{вн}}(r, z, t)|_{r=0} = T_{\text{вн}}(0, z, t), \\ h(r, z, t)|_{r=2r} &= 2r, \quad T_{\text{вн}}(r, z, t)|_{r=2r} = T_{\text{вн}}(2r, z, t), \\ T_{\text{ст}}(t) &= T_{\text{ст}}(t_{\text{к}}), \quad T_{\text{ст}}(t_{\text{к}}) = [T_{\text{ос}}(t_{\text{к}}), T_{\text{рад}}(t_{\text{к}})], \end{aligned} \quad (4)$$

де m – маса рідини-вантаж; ρ, C_p, α – відповідно щільність та теплоємність рідини-вантаж (середні значення), а також коефіцієнт теплопередачі від стінки баку до його порожнини.

Рівняння (1)–(4) утворюють ММ вагона-цистерни з рідиною-вантажем (у постановці щодо визначення температури рідини-вантаж у баку вагона-цистерни). Причому, рівняння (1) та (2) являють собою рівняння динаміки, а (3) та (4) – відповідно задають початкові та граничні умови.

ММ виду (1)–(4) отримано за припущення, що щільність ρ рідини-вантаж має усереднене значення або мало залежить від температури внутрішньої порожнини баку вагона-цистерни $T_{\text{вн}} = T_{\text{вн}}(r, z, t)$ чи від температури його (баку) зовнішньої стінки $T_{\text{ст}}$, тобто виконуються умови: $\rho = \rho(T_{\text{вн}}) \approx \text{const}$, $\rho = \rho(T_{\text{ст}}) \approx \text{const}$.

В разі невиконання зазначених умов, оборотному характеру залежності щільності рідини-вантаж від температури та при нетривалому постійному значенні температури $T_{\text{вн}}$ (або $T_{\text{ст}}$) щільність рідини-вантаж можна визначити за імперичними залежностями $\rho = \rho(T)$ для відповідних рідин. Наприклад, для сирової нафти та продуктів її переробки такою залежністю може слугувати формула Д. І. Менделєєва [12]:

$$\rho_4^t = \rho_4^{20} - a(t - 20),$$

де ρ_4^t – відносна щільність нафтопродукту при температурі t , ρ_4^{20} – відносна щільність нафтопродукту при температурі 20°C (по відношенню до щільності дистильована вода при 4°C), a – температурна поправка (коефіцієнт об'ємного розширення) до щільності (табличне значення).

Подібні імперичні формули існують для ряду поширених рідин, які транспортуються залізницею: сірчана кислота та електроліти на її основі [12], луги в рідкому стані [13, 14], гліцерин [15] тощо.

Однак існує низка рідин-вантажів, для яких залежність щільності від температури носить необоротний характер, що знаходить відображення у зміні густини μ рідини-вантаж [12–15]. До числа таких рідин можна віднести, наприклад, різного роду клеї, колоїдні суміші, водні розчини та суспензії тощо. Для випадку таких речовин запропонуємо відповідну ММ, що враховує зміну щільності під час транспортування залізницею в вагонах-цистернах.

При цьому рівняння матеріального балансу залишається тотожним (1), а рівняння енергетичного балансу (як відповідне рівняння, що враховує динаміку параметру щільності рідини-вантаж) приймає вигляд:

$$\rho(T_{\text{вн}}(r, z, t)) \frac{\partial T_{\text{вн}}(r, z, t)}{\partial t} = (C_p S_{\Pi}) \times \left\{ -\frac{m\alpha V_{\text{пот}}(t_k)}{\rho C_p S_{\Pi}} \times \left[\frac{\partial T_{\text{вн}}(r, z, t)}{\partial z} + \frac{1}{2\pi r} \frac{\partial T_{\text{вн}}(r, z, t)}{\partial r} \right] - 2\pi r m \alpha [T_{\text{ст}}(t_k) - T_{\text{вн}}(r, z, t)] \right\}^{-1} \quad (5)$$

Рівняння балансів (1) та (5) доповнюються початковими

$$V_{\text{поч}}(t_{\Pi})|_{t_{\Pi}=0} = V_{\text{поч}_0}, \quad V_{\text{пот}}(t_k)|_{t_k=0} = V_{\text{поч}_0}, \quad T_{\text{вн}}(r, z, t)|_{t=0} = T_{\text{вн}_0}, \quad (6)$$

$$T_{\text{ст}}(t)|_{t=0} = T_{\text{ст}_0}, \quad \rho(T_{\text{вн}}(r, z, t))|_{t_{\Pi}=0} = \rho(T_{\text{вн}_0})$$

та граничними умовами

$$h(r, z, t)|_{r=0} = 0, \quad T_{\text{вн}}(r, z, t)|_{r=0} = T_{\text{вн}}(0, z, t), \quad \rho(T_{\text{вн}}(r, z, t))|_{r=0} = \rho(T_{\text{вн}}(0, z, t)),$$

$$h(r, z, t)|_{r=2r} = 2r, \quad T_{\text{вн}}(r, z, t)|_{r=2r} = T_{\text{вн}}(2r, z, t), \quad \rho(T_{\text{вн}}(r, z, t))|_{r=2r} = \rho(T_{\text{вн}}(2r, z, t)), \quad (7)$$

$$T_{\text{ст}}(t) = T_{\text{ст}}(t_k), \quad T_{\text{ст}}(t_k) = [T_{\text{ос}}(t_k), T_{\text{рад}}(t_k)] .$$

Звернемо увагу на той факт, що рідина-вантаж може зазнавати вплив температури $T_{\text{ст}}$ змінної величини в часі (тобто різні за величиною температури $T_{\text{ст}}$ можуть впливати на рідину-вантаж впродовж проміжків часу різної тривалості). В цьому разі останнє рівняння в граничних умовах (7) замінюється такою сукупністю виразів:

$$T_{\text{ст}}(t_1) = T_{\text{ст}}(t_{\Pi}), \quad T_{\text{ст}}(t_2) = T_{\text{ст}}(t_1 + \Delta t_1), \quad T_{\text{ст}}(t_i) = T_{\text{ст}}(t_{i-1} + \Delta t_i), \quad (8)$$

$$T_{\text{ст}}(t_k) = T_{\text{ст}}(t_N) = T_{\text{ст}}(t_{N-1} + \Delta t_N), \quad T_{\text{ст}}(t_i) = [T_{\text{ос}}(t_i), T_{\text{рад}}(t_i)] ; i = \overline{1, N}.$$

Таким чином, системи рівнянь (1), (5)–(7) або (1), (5), (6), (8) утворюють ММ вагона-цистерни з рідиною-вантажем (у постановці щодо врахування динаміки параметру щільності рідини-вантажу у баку вагона-цистерни).

Запропонуємо ММ вагона-цистерни з рідиною-вантажем, яка відбиває процеси «старіння», що має місце при «розшаровуванні» неоднорідних за складом наливних вантажів від впливу різниці питомої ваги окремих фракцій. Враховуючи, що в вагонах-цистернах з особливими умовами перевезення (зберігання) вантажів (ізотермічні вагони-цистерни та вагони «судини під тиском») енергетичний баланс вантажу майже не змінюється (тобто підтримується постійна температура та тиск у баку цистерни), то в даній ММ буде відсутнє рівняння енергетичного балансу, а рівняння матеріального балансу записується з урахуванням утворення шарів рідини-вантажу, зумовлене дією різниці їх питомої ваги. Іншими словами, рівняння матеріального балансу повинно бути складено відповідно товщини («висоти») δ окремого i -го шару рідини-вантажу i , для перерізу уздовж вагону-цистерни, в термінах, прийнятих на розрахунковій схемі (рис.1), набуває наступного вигляду:

$$m_i S_{\Pi} \frac{\partial h_i(r, z, t)}{\partial t} = \frac{\mu_i}{2\pi r^2 z} \times \frac{\partial V_{\text{пот}_i}(r, z, t)}{\partial r} \quad (9)$$

з початковими

$$\mu_i(r, z, t)|_{t=t_n} = \mu_n, \quad (m_i \times N)|_{t=t_n} = m_n, \quad (10)$$

та граничними умовами

$$\begin{aligned} h_i(r, z, t)|_{r=0} = 0; \quad h_i(r, z, t)|_{r=h_{i-1}} = 0; \quad h_i(r, z, t)|_{r=h_i} = \delta_i; \quad h_i(r, z, t)|_{r=h_N} = N \cdot \delta_i; \\ V_{\text{пот}_i}(r, z, t)|_{r=0} = 0; \quad V_{\text{пот}_i}(r, z, t)|_{r=h_{i-1}} = 0; \quad V_{\text{пот}_i}(r, z, t)|_{r=h_i} = \delta_i r z; \\ V_{\text{пот}_i}(r, z, t)|_{r=h_N} = \delta_N r z, \end{aligned} \quad (11)$$

де $i = \overline{1, N}$ – число шарів, що утворюються за час $t = t_k$, і визначається можливим фракційним складом рідини-вантажів; m_i – маса i -го шару рідини-вантажів, μ_i – густина i -го шару рідини-вантажів; m_n та μ_n – загальна маса та середня густина рідини-вантажів на початковий момент часу $t = t_n$, відповідно; $V_{\text{пот}_i}$ – поточний об'єм, що займає i -й шар рідини-вантажів.

При цьому задача полягає у віднаходженні значень δ_i за умови припущення $h_i \equiv \delta_i$ в (9), або – часу $t = t_k$ початку «розшарування», що встановлюється із співвідношення [148], за яким можна визначити вагу накопиченої в шарі рідини-вантажів висотою δ та об'ємом V (тобто гідравлічний напір стовпа рідини) за час $t = t_k$

$$mg = \frac{\rho \mu_{\text{від}} V}{t},$$

де g – прискорення вільного падіння; $\mu_{\text{від}}$ – відносна густина рідини.

Рівняння збереження маси (9) може бути представлено відносно щільності ρ_i i -го шару рідини-вантажів, а саме:

$$m_i \frac{\partial h_i(r, z, t)}{\partial t} = \frac{\rho_i S_n}{2\pi r^2 z} \cdot \frac{\partial V_{\text{пот}_i}(r, z, t)}{\partial r} \quad (12)$$

з відповідними модифікаціями початкових (10) та граничних (11) умов, в яких замість густини i -го шару рідини-вантажів враховано його щільність.

Таким чином, запропоновано ММ вагонів-цистерн та вантажів-рідин, що перевозяться в них, для найбільш поширених типів вагонів-цистерн та випадків транспортних операцій на залізниці.

Для подальших розмірковувань, для зручності, введемо узагальнену ММ наливних вантажів та вагонів-цистерн, в яких вони (вантажі) перевозяться):

$$\frac{\partial \bar{\Psi}(\bar{z}, t)}{\partial t} = f_i \left[\bar{\Psi}(\bar{z}, t), \frac{\partial \bar{\Psi}(\bar{z}, t)}{\partial z}, \frac{\partial^2 \bar{\Psi}(\bar{z}, t)}{\partial z_j^2}, \bar{U}_g(\bar{z}, t) \right] + D_i(\bar{\Psi}, \bar{z}, t), \quad (12)$$

$$\forall i = 1, \dots, k; \quad \forall j = 1, \dots, N; \quad \forall(\bar{z}) \in \Omega, \quad \bar{z} = (z_1, z_2, \dots, z_N)^T; \quad \forall t \in (0, t_k), \quad \bar{\Psi} = [\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_k]^T$$

з урахуванням початкових

$$\bar{\Psi}(\bar{z}, 0) = \bar{\Psi}_0(\bar{z}), \quad \forall(\bar{z}) \in \Omega, \quad \bar{z} = (z_1, z_2, \dots, z_N)^T; \quad \forall t \in (0, t_k) \quad (13)$$

та граничних умов наступних типів:

- граничних умов першого роду, ГУ-1 (типу Діріхле)

$$\bar{\Psi}(\bar{z}, t) \Big|_{z=0}^{z=z_{\max}} = \varphi_i [Q(\bar{z}, t)], \quad \forall i = 1, \dots, k; \quad \forall(\bar{z}) \in \Omega, \quad \bar{z} = (z_1, z_2, \dots, z_N)^T; \quad \forall t \in (0, t_k) \quad (14)$$

- граничних умов третього роду, ГУ-3

$$\left[\frac{\partial \bar{\Psi}(\bar{z}, t)}{\partial z_j} \right]_{z_j=0}^{z_j=z_{j\max}} = \lambda_i [\bar{\Psi}(\bar{z}, t), Q(\bar{z}, t)], \quad (15)$$

$$\forall i = 1, \dots, k; \quad \forall j = 1, \dots, N; \quad \forall(\bar{z}) \in \Omega, \quad \bar{z} = (z_1, z_2, \dots, z_N)^T; \quad \forall t \in (0, t_k),$$

де $\bar{\Psi}(\bar{z}, t)$ – безперервні функції стану, що залежать від незалежних часової $t \in (0, t_k)$ та просторових $\forall(\bar{z}) \in \Omega$ координат (лінійних розмірів вагонів: довжини – l , ширини – b , висоти – h або радіусу – r); функції стану $\bar{\Psi}(\bar{z}, t)$ визначаються розв’язком системи (12) – (15), що (за визначенням) існує і є єдиним; $\bar{U}_g(r, \bar{z}_k, t)$, $g = 1, \dots, k^*$ – функції розподіленого управління, $\bar{U}_{g_d} \in R^{M_k}$ (наприклад, градієнт температури, зумовлений хімічною реакцією в масі вантажу внаслідок агрегатних змін); $f_i[\cdot]$ – безперервні лінійні або нелінійні функції; $D_i(\bar{\Psi}, \bar{z}, t) = D_i\{z, t, \Psi_1(\bar{z}, t), \Psi_2(\bar{z}, t), \dots, \Psi_k(\bar{z}, t)\}$ – лінійні або нелінійні функції, що характеризують дію зовнішніх збуджуючих впливів; $Q(\bar{z}, t)$, $\forall(\bar{z}) \in \Omega$ – задані функції на границі $\partial\Omega$ області, які можуть виступати в якості граничних управляючих впливів; λ_i , $\forall i = 1, \dots, k$ – параметр, який характеризує енергетичні властивості елементів об’єкту РС або вантажу (наприклад, коефіцієнт теплопровідності, коефіцієнт теплопередачі, тощо).

Розробимо дискретний аналог узагальненої ММ наливних вантажів (і відповідного нетяглового РС). При цьому зазначимо, що однією з важливих особливостей реалізації ММ досліджуваного класу вантажів та РС, в якому вони перевозяться (тимчасово зберігаються), є оперативність в отриманні прогнозу та мінімальні обчислювальні витрати при машинному моделюванні. Тому, в ході числової реалізації запропонованої вище узагальненої ММ, будемо використовувати економічні різницеві схеми.

Поширеним методом побудови економічних різницевоїх схем є метод сумарної апроксимації [16]. Детально застосування методу сумарної апроксимації з відповідними дослідженнями точності дискретних ММ було проведено, наприклад в [17], для класу варіаційних нерівностей з параболічними операторами та у подальшому розвинуто на випадок диференційних рівнянь у часткових похідних (ДРЧП) з гіперболічними та гіперболо-параболічними операторами, зокрема, у роботах [18 – 21]. З урахуванням викладеного вище, розробку дискретних економічних ММ для класу наливних, сипких, гранульованих та кускових вантажів (і відповідного нетяглового РС) проведемо у такій послідовності.

Представимо узагальнену ММ (12) – (15) в наступному вигляді:

$$\frac{\partial \bar{\Psi}(\bar{z}, t)}{\partial t} = \sum_{i=1}^N A(\bar{\Psi}, \bar{z}, t) \frac{\partial^2 \bar{\Psi}(\bar{z}, t)}{\partial z_i^2} + \sum_{i=1}^N B(\bar{\Psi}, \bar{z}, t) \frac{\partial \bar{\Psi}(\bar{z}, t)}{\partial z_i} + \quad (16)$$

$$+ \sum_{i=1}^N B(\bar{\Psi}, \bar{z}, t) \frac{\partial \bar{\Psi}(\bar{z}, t)}{\partial z} + C(\bar{\Psi}, \bar{z}, t) \bar{\Psi}(\bar{z}, t) + D(\bar{\Psi}, \bar{z}, t) U(\bar{z}, t) + E(\bar{\Psi}, \bar{z}, t) F(\bar{z}, t), \forall i = \overline{1, N};$$

$$\bar{g} = \{ \bar{z} \}, \bar{g} \in \Omega \subset R^3; \bar{\Psi} = [\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_k]; t \in (0, t_k), Q = \Omega \times (0, t_k);$$

$$\bar{U}(\bar{z}, t) = [U_1, U_2, \dots, U_k]^T, \bar{F}(\bar{z}, t) = [F_1, F_2, \dots, F_{k_1}]^T, k_1 \leq k; \quad (17)$$

$$\Psi(\bar{g}, 0) = \Psi_0(\bar{g}); \bar{g} \in \Omega;$$

$$\lambda_i(0, t) \frac{\partial \Psi(0, t)}{\partial z} + K(t) \Psi(0, t) = \Xi(t), \forall i = \overline{1, N}. \quad (18)$$

Перетворення початкової диференційної задачі (16) – (18) в різницеву може бути виконано за допомогою різноманітних різницевоїх схем [22 – 26], що зумовлює також отримання цілої низки апроксимуючих дискретних ММ з різними якісними характеристиками. Аналіз вказаної літератури показує, що з точки зору структурної повноти розгляду можливих варіантів різницевоїх схем, для ДРЧП гіперболічного та гіперболо-параболічного типу доцільно використовувати шеститочковий шаблон (наприклад, [22]). Він дозволяє побудувати схеми двошарові за часом та тришарові за простором, тобто дає змогу розв'язувати задачі: стаціонарні та нестаціонарні, а також одно- (лінійні), дво- (пласкі) та тривимірні (об'ємні).

Розглянемо побудову можливих для даного випадку різницевоїх схем та виконаємо їх порівняльне дослідження та стійкість, збіжність та точність. Подібне дослідження дозволить виявити практичну придатність та області переважного застосування цих схем.

Введемо наступні сітки:

$$\bar{\omega}_{\Delta g} = \{ \bar{g}_n = l \Delta \bar{g}, l = 0, 1, \dots, L \}; \omega_{\Delta t} = \{ t_m = m \Delta t, m = 0, 1, \dots, M \};$$

$$\bar{\omega}_{\Delta g \Delta t} = \bar{\omega}_{\Delta g} \times \bar{\omega}_{\Delta t} = \{ (l \Delta \bar{g}, m \Delta t), l = 0, 1, \dots, L, m = 0, 1, \dots, M \},$$

з кроками по просторових координатах $\Delta \bar{g} = \{ \Delta z_1, \dots, \Delta z_N \}; \Delta z_j = z_{j_{\max}} / L_{z_j}; j = \overline{1, N}$ (для випадку вагонів-цистерн: $\Delta r = r_{\max} / L_r; \Delta z_k = z_{k_{\max}} / L_{z_k}, k = \overline{2, N}$) та по часовій координаті $\Delta t = t_k / M$. Причому, для рівномірних сіток для кроків по просторових координатах виконується умова $\Delta r = \Delta z_k = \Delta z_j, j = \overline{1, N}; k = \overline{2, N}$.

Позначимо через Ψ_l^m значення сіткової функції у вузлі (\bar{g}_l, t_m) , визначеної на $\bar{\omega}_{\Delta \bar{g} \Delta t}$. Тоді, заміняючи безперервні похідні в рівняннях системи (16) на відповідні різницеві похідні, одержимо:

$$\begin{aligned} \frac{\Psi_l^{m+1} - \Psi_l^m}{\Delta t} &= \frac{A_i \{ \}}{\Delta z_j^2} \left[\sigma (\Psi_{(l+1)_i}^{m+1} - 2 \Psi_{l_i}^{m+1} + \Psi_{(l-1)_i}^{m+1}) + (1 - \sigma) (\Psi_{(l+1)_i}^m - 2 \Psi_{l_i}^m + \Psi_{(l-1)_i}^m) \right] + \\ &+ \frac{B_i \{ \}}{\Delta z_j} \left[\Psi_{(l-1)_i}^{m+1} - 4 \Psi_{l_i}^{m+1} + 3 \Psi_{(l+1)_i}^{m+1} + \Psi_{l_{i+1}}^m - \Psi_{(l-1)_i}^m \right] + \\ &+ C_i \{ \} \Psi_{l_i}^m + D_i \{ \} U_{l_i}^m + E_i \{ \} F_{l_i}^m; i, j = \overline{1, N}, \end{aligned} \quad (19)$$

де σ – довільний речовинний параметр ($0 \leq \sigma \leq 1$).

Початкові умови при дискретизації набувають вигляду:

$$\Psi_i(0, l) = \Psi_i^0(l). \quad (20)$$

В якості різницевих аналогів граничних умов (18) використаємо наступні вирази у випадках:

- критих вагонів та напіввагонів

$$\lambda_j^m \frac{\Psi_{l_i}^m - Z_{l_i-1}^m}{\Delta z_j} - K_j^m \Psi_{l_i}^m = \Xi_j^m; \quad z_j = 0, \quad t \geq 0, \quad i, j = \overline{1, N}; \quad (21)$$

- вагонів-цистерн

$$\lambda^m \frac{\Psi_{l_i}^m - \Psi_{l_i-1}^m}{\Delta r} - K^m \Psi_{l_i}^m = \Xi^m; \quad r = 0, \quad t \geq 0, \quad i = \overline{1, N}, \quad (22)$$

$$\lambda_k^m \frac{\Psi_{l_i}^m - Z_{l_i-1}^m}{\Delta z_k} - K_k^m \Psi_{l_i}^m = \Xi_k^m; \quad z_k = 0, \quad t \geq 0, \quad i = \overline{1, N}, \quad k = \overline{2, N}. \quad (23)$$

Схема (19) описує однопараметричне (відносно σ) сімейство різницевих схем i , у відповідності до прийнятої термінології [22], носить назву схеми з вагами. Вибір параметра σ , як свідчить з результатів численних робіт, зокрема [16, 22–24], визначає стійкість (збіжність розв’язку) та точність схеми (19). При цьому безумовну збіжність (тобто існування розв’язку дискретної задачі незалежно від вибору кроків дискретизації за часом та просторовими координатами) забезпечує різницева схема з $\sigma = 1$. У подальшому, з огляду на зазначену властивість, для реалізації різницевої задачі виду (19) – (21) (або (19), (20), (22), (23)) будемо використовувати саме цю схему.

Таким чином, при $\sigma = 1$ та заміні частинної похідної першого порядку (з урахуванням всіх типів вагонів, які розглядаються) по простору наступним виразом

$$\frac{\partial \Psi_i(r, \bar{z}_k, t)}{\partial r} = \frac{\Psi_{(l+1)_i}^{m+1} - \Psi_{(l-1)_i}^{m+1}}{2\Delta r}, \quad \frac{\partial \Psi_i(\bar{z}, t)}{\partial z_j} = \frac{\Psi_{(l+1)_i}^{m+1} - \Psi_{(l-1)_i}^{m+1}}{2\Delta z_j}; \quad i, j = \overline{1, N}, \quad k = \overline{2, N}$$

отримаємо чисто неявні схеми:

$$\begin{aligned} \frac{\Psi_{l_i}^{m+1} - \Psi_{l_i}^m}{\Delta t} = & A_i \left\{ \frac{\Psi_{(l+1)_i}^{m+1} - 2\Psi_{l_i}^{m+1} + \Psi_{(l-1)_i}^{m+1}}{\Delta z_j^2} + B_i \left\{ \frac{\Psi_{(l+1)_i}^{m+1} - \Psi_{(l-1)_i}^{m+1}}{\Delta z_j} + \right. \right. \\ & \left. \left. + C_i \left\{ \Phi_l^m + D_i \left\{ U_l^m + E_i \left\{ F_l^m; \quad i, j = \overline{1, N} \right. \right. \right. \right. \right. \end{aligned} \quad (24)$$

або

$$\begin{aligned} \frac{\Psi_{l_i}^{m+1} - \Psi_{l_i}^m}{\Delta t} = & A_i \left\{ \frac{\Psi_{(l+1)_i}^{m+1} - 2\Psi_{l_i}^{m+1} + \Psi_{(l-1)_i}^{m+1}}{\Delta r^2} + B_i \left\{ \frac{\Psi_{(l+1)_i}^{m+1} - \Psi_{(l-1)_i}^{m+1}}{(\Delta r + \Delta z_k)} + \right. \right. \\ & \left. \left. + C_i \left\{ \Phi_l^m + D_i \left\{ U_l^m + E_i \left\{ F_l^m; \quad i = \overline{1, N}, \quad k = \overline{2, N}. \right. \right. \right. \right. \end{aligned} \quad (25)$$

для критих (на піввагонів) та вагонів-цистерн, відповідно.

Рівняння (24) або (25) можуть бути використані у відповідних просторових областях $0 < z_j < z_{j_{\max}}$; $j = \overline{1, N}$ або $0 < r < r_{\max}$, $0 < z_k < z_{k_{\max}}$; $k = \overline{2, N}$, за винятком граничних точок: $z_j = 0$, $z_j = z_{j_{\max}}$; $j = \overline{1, N}$ або $r = 0$, $r = r_{\max}$ та $z_k = z_{k_{\max}}$; $k = \overline{2, N}$. Для зазначених граничних точок сіткова функція визначається із граничних умов (21) або (24) та (25), відповідно.

Проведемо числове дослідження дискретного аналога узагальненої ММ наливних, вантажів (і відповідного нетяглового РС). Виконане узагальнення математичного опису досліджуваного класу вантажів, що перевозяться (тимчасово зберігаються) залізницею, та відповідного нерухомого РС (вагонів) дає змогу здійснювати їх моделювання на основі принципу типізації – тобто з використанням єдиних процедур. Такий підхід дозволяє уніфікувати як математичний апарат (методологічну складову процесу моделювання), так і програмні модулі (інструментальну складову процесу моделювання) в ході машинної реалізації розроблених ММ.

Виконаємо числове дослідження дискретного аналога узагальненої ММ наливних вантажів (і відповідного нетяглового РС). Розв'язання поставленої задачі будемо здійснювати з використанням різницевих схем виду (24) або (25), в залежності від задіяного типу вагонів. Доповнимо ці різницеві схеми дискретними аналогами граничних та початкових умов, використовуючи вирази (20), (21) або (20), (22), (23).

Наприклад, для останнього випадку (більш складного), дискретні аналоги початкових та граничних умов набудуть вигляду:

$$\Psi_{(r, z_k)_i}^m \Big|_{m=0} = \Psi_{(r, z_k)_i}^0. \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{(0, r)_j}^m \frac{\Psi_{(0, r)_i}^m - \Psi_{(1, r)_i}^m}{\Delta r} - K_{(0, r)_j}^m \Psi_{(0, r)_i}^m &= \Xi_{(0, r)_j}^m; \\ \lambda_{(0, z_k)_j}^m \frac{\Psi_{(0, z_k)_i}^m - \Psi_{(1, z_k)_i}^m}{\Delta z_k} - K_{(0, z_k)_j}^m \Psi_{(0, z_k)_i}^m &= \Xi_{(0, z_k)_j}^m; \\ \lambda_{(L_r+1, z_k)_j}^m \frac{\Psi_{(L_r+1, z_k)_i}^m - \Psi_{(L_r, z_k)_i}^m}{\Delta r_j} - K_{(L_r+1, z_k)_j}^m \Psi_{(L_r+1, z_k)_i}^m &= \Xi_{(L_r+1, z_k)_j}^m; \\ \lambda_{(r, 0)_j}^m \frac{\Psi_{(r, 0)_i}^m - \Psi_{(r, 1)_i}^m}{\Delta r} - K_{(r, 0)_j}^m \Psi_{(r, 0)_i}^m &= \Xi_{(r, 0)_j}^m; \\ \lambda_{(r, L_{z_k}+1)_j}^m \frac{\Psi_{(r, L_{z_k}+1)_i}^m - \Psi_{(r, L_{z_k})_i}^m}{\Delta r} - K_{(r, L_{z_k}+1)_j}^m \Psi_{(r, L_{z_k}+1)_i}^m &= \Xi_{(r, L_{z_k}+1)_j}^m. \end{aligned} \quad (27)$$

Таким чином, сукупність системи дискретних рівнянь (19), (26), (27) для всіх $m = \overline{0, M}$, $r = \overline{1, L_r}$, $z_k = \overline{1, L_{z_k}}$; $\forall i, j = \overline{1, N}$, $k = \overline{2, N}$ являє собою дискретну ММ (зауважимо, що з метою конкретності розмірковувань, для прикладу, обрано наливний вантаж та вагон-цистерну) вантажу та відповідного нетяглового РС. Для кожного реального випадку елементи матриць коефіцієнтів $\mathbf{A}_i \{\cdot\} - \mathbf{E}_i \{\cdot\}$ та параметри $\lambda_{(r, z_k)_j}^m$, $K_{(r, z_k)_j}^m$ обчислюються, виходячи з виду функцій $f_i[\cdot]$ в рівняннях динаміки (12).

Використовуючи матричну форму запису, представимо рівняння схем (24) та (25) у наступному (матричному) вигляді, відповідно:

$$[\Psi_{l_i}^{m+1} - \Psi_{l_i}^m] = \Delta t \left[\left(\mathbf{A}_i + \frac{\mathbf{B}_i}{2\Delta z} \right) \nabla^2 \Psi_{l_i} \right]^{m+1} + \Delta t \left[\left(\mathbf{A}_i + \frac{\mathbf{B}_i}{2\Delta z} + \mathbf{C}_i \right) \nabla \Psi_{l_i} \right]^m = [\mathbf{D}_i U^m + \mathbf{E}_i F^m] \quad (28)$$

та

$$\begin{aligned} [\Psi_{l_i}^{m+1} - \Psi_{l_i}^m] = & \Delta t \left[\left(\mathbf{A}_i + \frac{\mathbf{B}_i}{2(\Delta r + \Delta z_k)} \right) \nabla^2 \Psi_{l_i} \right]^{m+1} + \\ & + \Delta t \left[\left(\mathbf{A}_i + \frac{\mathbf{B}_i}{2(\Delta r + \Delta z_k)} + \mathbf{C}_i \right) \nabla \Psi_{l_i} \right]^m = [\mathbf{D}_i U^m + \mathbf{E}_i F^m], \end{aligned} \quad (29)$$

де тлумачення індексів при змінних та матрицях надано вище.

Для числової реалізації матричних рівнянь (28) або (29) з початковими (26) та граничними (27) умовами скористаємося ітераційною процедурою Зейделя [28, 29], яка забезпечує найшвидшу збіжність ітераційного процесу при пошуку наближеного розв'язку [30], та не накладає умов на власні числа матриць правої частини матричних рівнянь (у випадку, що розглядається, вирази (28) або (29)) на відміну, наприклад, від процедури простої ітерації [31], а також не потребує віднаходження похідних від елементів цих матриць як в процедурі методу Ньютона [32, 33].

Тоді можна стверджувати, що у досить малому околі шуканої функції $\Psi_{l_i}^*$ розв'язок матричних рівнянь (28) або (29) з початковими (26) та граничними (27) умовами для наближень за процедурою Зейделя має наступний вигляд:

$$\|\Psi_{l_i}^{v+1} - \Psi_{l_i}^*\| \leq q \|\Psi_{l_i}^v - \Psi_{l_i}^*\|, \quad (30)$$

де v – номер ітерації; q – параметр методу, $0 \leq q \leq 1$.

Вважаючи, що фізико-хімічні параметри вантажу однакові у всій області моделювання (дискретизації) Ω , тобто елементи відповідних матриць коефіцієнтів $\mathbf{A}_i \{\cdot\}$ – $\mathbf{E}_i \{\cdot\}$ та параметри $\lambda_{(r,z_i)}^m$, $K_{(r,z_i)}^m$ мають однаковий характер (або, у тривіальному випадку, дорівнюють між собою, відповідно), можна визначити умову (критерій) завершення ітераційного процесу (30):

$$\max_{L_r, L_z} \left| \frac{\Psi_{l_i}^{v+1} - \Psi_{l_i}^v}{\Psi_{l_i}^{v+1}} \right| \leq \delta_{l_i}, \quad (31)$$

де δ_{l_i} – задана точність розв'язку.

Таким чином, у підсумку, розроблено метод реалізації узагальненої ММ наливних, сипких, гранульованих та кускових вантажів (і відповідного нетяглового РС), який зводиться до дискретизації неперервної узагальненої ММ за неявною схемою з вагами (з параметром $\sigma=1$ – чисто неявна схема) та подальшого розв'язання отриманої системи дискретних рівнянь за ітераційною процедурою Зейделя.

Алгоритм розв'язання задачі моделювання (прогнозування) стану вантажу, що перевозиться (тимчасово зберігається) відповідним нетягловим РС, може бути сформульовано наступним чином:

Крок 1. Для часового кроку $m = 1$:

- завдання вихідних значень: $\Psi_{(r,z_k)_i}^0$, $\mathbf{A}\{\Psi_{(r,z_k)_i}^0\}$ – $\mathbf{E}\{\Psi_{(r,z_k)_i}^0\}$, $\lambda_{(r,z_k)_i}^0$, $K_{(r,z_k)_i}^0$, $U_{(r,z_k)_i}^0$, $F_{(r,z_k)_i}^0$, Δt , Δr , Δz_k ; $r = \overline{1, L_r}$, $z_k = \overline{1, L_{z_k}}$, $\forall i = \overline{1, N}$;
- розв’язання рівнянь динаміки (19) з початковими (26) та граничними (27) умовами – визначення полів шуканих функцій стану $\Psi_{(r,z)_i}^1$ (перша ітерація);
- організація ітераційного процесу (30) до досягнення заданої точності δ_i (у відповідності до критерію (3.41));
- формування та виведення підсумкових полів шуканих функцій стану $\Psi_{(r,z_k)_i}^1$;
- якщо задача ставиться як стаціонарна ($m = 1$), то здійснюється перехід на *Крок 4*. Якщо задача – нестаціонарна ($m > 1$), то здійснюється перехід на *Крок 2*.

Крок 2. Для часового кроку $m \neq 1$:

- обчислення нових значень: $\mathbf{A}\{\Psi_{(r,z_k)_i}^1\}$ – $\mathbf{E}\{\Psi_{(r,z_k)_i}^1\}$, $\lambda_{(r,z_k)_i}^1$, $K_{(r,z_k)_i}^1$, $U_{(r,z_k)_i}^1$, $F_{(r,z_k)_i}^1$, Δt , Δr , Δz_k ; $r = \overline{1, L_r}$, $z_k = \overline{1, L_{z_k}}$, $\forall i = \overline{1, N}$;
- розв’язання рівнянь динаміки (19) з граничними (27) умовами – визначення полів шуканих функцій стану $\Psi_{(r,z_k)_i}^{m+1}$ (перша ітерація);
- організація ітераційного процесу (30) до досягнення заданої точності δ_i (у відповідності до критерію (31));
- формування та виведення підсумкових полів шуканих функцій стану $\Psi_{(r,z_k)_i}^{m+1}$;
- перехід на *Крок 3*.

Крок 3. Перевірка умови $m = M$. Якщо $m < M$, обчислюється $m = m + 1$ і здійснюється перехід на *Крок 2*. Якщо $m = M$, то здійснюється перехід на *Крок 4*.

Крок 4. Закінчення розв’язку.

Запропоновані ММ наливних вантажів, нетяглового РС, в яких ці вантажі перевозяться, а також метод та алгоритм числової реалізації цих моделей було апробовано шляхом розв’язування низки прикладних задач, що підтвердило їх конструктивну спроможність.

Висновки

Запропоновано ММ стану класу наливних, а також нетяглового РС (вагона-цистерни), в яких ці вантажі транспортуються. Виконано узагальнення запропонованих ММ з метою типізації та уніфікації математичного опису. Таке узагальнення дозволило виконати формалізацію і уніфікацію методу та засобів математичного моделювання класу досліджуваних вантажів, а також здійснити машинну реалізацію розроблених ММ на єдиній уніфікованій основі.

Також запропоновано метод числової реалізації узагальненої ММ стану класу наливних вантажів і відповідного нетяглового РС, який (метод) зводиться до дискретизації неперервної узагальненої ММ за неявною різницевою схемою з вагами та подальшого розв’язування отриманої системи дискретних рівнянь за ітераційною процедурою Зейделя. Метод забезпечує безумовну збіжність розв’язування отриманої системи дискретних (різницевих) рівнянь та дозволяє при цьому скоротити обчислювальні витрати за рахунок застосування економічних різницевих схем.

Метод дозволяє скоротити на (3...7)% обчислювальні витрати при числовому розв’язуванні ДРЧП, що утворюють узагальнену ММ стану досліджуваного класу

вантажів та відповідного задіяного нетяглового РС, за рахунок застосування економічних різницевих схем.

Розв'язування прикладних задач показало конструктивність запропонованих.

Список літератури

1. Анненков А.В., Шаров В.А. Информационные технологии перевозки грузов. *Железнодорожный транспорт*. 1998. №4. С. 27-29.
2. Вензик Н.Г. Конкуренция в смешанных перевозках грузов. *Бюллетень транспортной информации*. 1997. №1. С. 22-27.
3. Дегтяренко В.Н., Зимин В.В., Костенко А.И. Организация перевозок грузов. М.: «Издательство Приор», 1997. 448 с.
4. Куренков П.В. Логистический подход к управлению грузопотоками. *Железнодорожный транспорт*. 1997. №3. С. 13-15.
5. Мироненко В.К., Габа В.В., Мацюк В.І., Петренко Л.М. Залізничні вантажні перевезення. К.: ДЕДУТ, 2015. 248 с.
6. Петренко Л.М., Габа В.В. Управління вантажною і комерційною роботою на залізничному транспорті. К.: КУЕТТ. 2004. 461 с.
7. Кушнірчук В.Г., Петров В.І. Перевезення вантажів залізничним транспортом. К.: Основа, 2001. 508 с.
8. Гриневиц Г.П. Комплексная механизация и автоматизация погрузочно-разгрузочных работ на железнодорожном транспорте. М.: Транспорт, 2001. 343 с.
9. Цховребов Э.С. Охрана окружающей среды на железнодорожном транспорте. М.: Транспорт, 1994. 345 с.
10. Перепон В.П. Организация перевозок грузов. М.: Маршрут, 2003. 614 с.
11. Вагонное хозяйство: Учебник для ВУЗов ж.-д. транспорта / П.А. Устич, И.И. Хаба, В.А. Ивашев и др. М.: Маршрут, 2003. 560 с.
12. Тимофеев Ю.П., Ильин Н.М. Электрооборудование автомобилей. М.: Транспорт, 1988. 255 с.
13. Мекалова Н.В. Фуллерены в рас творах. М.: Уфа: Изд-во УГНТУ, 2001. 107 с.
14. Бурмистрова О.А., Карапетьянц М.Х., Коретников Г.С. Практикум по физической химии. М.: Высшая школа, 1974. 496 с.
15. Волков А.И., Жарский И.М. Большой химический справочник. М.: Советская школа, 2005. 608 с.
16. Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. М.: Наука, 1988. 591 с.
17. Верлань А.Ф., Положаенко С.А., Сербов Н.Г. Математическое моделирование аномальных диффузионных процес сов. К.: Наукова думка, 2011. 416 с.
18. Григоренко Ю.В. Математичні моделі процесів первинної обробки сирих вуглеводнів та їх обчислювальна реалізація. *Праці IV Міжнародної науково-практичної конференції «Обробка сигналів і негауссівських процесів», присвяченої пам'яті професора Ю. П. Кунченка: Тези доповідей*. Черкаси: ЧДТУ, 2013. С. 7-9.
19. Положаенко С.А., Григоренко Ю.В. Математичне моделювання процесів первинної переробки сирих вуглеводнів. Математичне та комп'ютерне моделювання. 2014. Вип. 10. С. 178-181.
20. Григоренко Ю.В. Чисельний метод реалізації математичних моделей процесів первинної переробки сирих вуглеводнів. *Інформатика та математичні методи в моделюванні*. 2014. Т.4, № 1. С. 85-92.
21. Григоренко Ю.В. Математичні моделі та узагальнення математичного опису процесів первинної переробки сирих вуглеводнів. *Інформатика та математичні методи в моделюванні*. 2014. Т.4. № 2. С. 180-188.
22. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1983. 616 с.
23. Самарский А.А. Введение в численные методы. М.: Наука, 1987. 286 с.
24. Самарский А.А., Гулин А.В. Устойчивость разностных схем. М.: Наука, 1983. 415 с.
25. Курпа Л.В., Лінник Г.Б. Рівняння математичної фізики: навч. посіб. Харків: Вид-во «Підручник НТУ «ХПІ», 2011. 312 с.
26. Ажогин В.В., Згуровский М.З. Машинное проектирование оптимальных систем управления пространственно-распределенными динамическими объектами. К.: Вища школа, 1985. 168 с.
27. Ажогин В.В., Згуровский М.З. Автоматизированное проектирование математического обеспечения АСУ ТП. К.: Вища школа, 1986. 334 с.
28. Бахвалов Н.С. Численные методы. М.: Наука, 1973. Т.1. 632 с.

29. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы: Учеб. Пособие. М.: Наука, 1987. 600 с.
30. Березин И.С., Житков Н.П. Методы вычислений. М.: Физматгиз, 1966. Т1. 481 с.
31. Краскевич В.Е., Зеленский К.Х., Гречко В.И. Численные методы в инженерных расчетах. К.: Вища школа, 1986. 263 с.
32. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. М.: Наука, 1970. 572 с.
33. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1977. 456 с.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НАЛИВНЫХ ГРУЗОВ И ВАГОНА-ЦИСТЕРНЫ, КОТОРЫЕ В НЕЙ ПЕРЕВОЗЯТСЯ

С.А. Положаенко, О.В. Рудковский

Одесский национальный политехнический университет,
просп. Шевченко, 1, Одесса, 65044, Украина; e-mail: sanp277@gmail.com

Анализ логистического обеспечения железной дороги показывает, что при росте ответственности последней за предоставление качественных транспортных услуг отсутствует возможность получения полной оперативной информации о состоянии грузов, в частности, класса наливных грузов, перевозимых в вагонах-цистернах с ограниченным доступом для измерений за все время осуществления операций транспортного цикла. Указанная задача пока не имеет эффективных путей решения. Причем его актуальность заключается в том, что во время транспортировки данной группы грузов, или их пребывания в условиях инфраструктуры железной дороги, под влиянием природных факторов (осадков, перепадов температуры и т.п.) физико-химические свойства наливных грузов могут испытывать значительные изменения, что может привести даже к потере ними товарной ценности (изменение агрегатных состояний, агломерация различной физической природы, образования новых веществ и повышенное газовыделение и т.п.). Осложнения при решении задачи определения текущего состояния грузов указанного класса, и соответствующего нетягового подвижного состава, возникают из-за невозможности прямых измерений. Это обусловлено, в частности, такими факторами как: отсутствие прямого доступа к грузу для измерений (вследствие пломбирования вагонов), значительные геометрические размеры вагонов, что затрудняет для них замеры во всей полости; неоправданные затраты времени на осуществление измерений и т. д. Действенным путем решения задачи определения текущего состояния грузов при осуществлении операций транспортного цикла на железной дороге следует рассматривать введение подхода, основанного на применении методов математического моделирования с соответствующей модельной поддержкой. В этом случае, с одной стороны – не возникает необходимости дополнительного дооборудования РС и инфраструктуры железной дороги определенной аппаратурой (датчики, средства телеметрии, каналы связи и т.п.), а с другой – обеспечивается получение оценки состояния груза с желаемой детализацией по всей полости вагона и прогнозирования состояния груза на желаемый период времени с учетом возможных изменений условий (погодных, транспортных, перегрузки и т.п.) при осуществлении технологических операций по железной дороге.

Ключевые слова: нетяговый подвижной состав, вагон-цистерна, наливные грузы, математическая модель, алгоритм числовой реализации.

MATHEMATICAL MODEL OF BULK CARGOES AND CARS WAGONS WHICH ARE CARRIED IN IT

S.A. Polozhaenko, O.V. Rudkovsky

Odessa National Polytechnic University,
1, Shevchenko Ave., Odessa, 65044, Ukraine; e-mail: sanp277@gmail.com

An analysis of the logistic support of the railway shows that with the latter becoming more responsible for providing quality transport services, it is not possible to obtain full operational information on the condition of goods, in particular, the class of liquid cargo transported in tank wagons with limited access for measurements for the entire duration of transport operations cycle. The indicated problem does not yet have effective solutions. Moreover, its relevance lies in the fact that during the transportation of this group of goods, or their stay in the conditions of the railway infrastructure, under the influence of natural factors (precipitation, temperature extremes, etc.), the physical and chemical properties of bulk cargo can undergo significant changes, which can even lead to the loss of their commodity value (a change in state of aggregation, agglomeration of various physical nature, the formation of new substances and increased gas evolution, etc.). Complications in solving the problem of determining the current state of cargo of a specified class, and the corresponding non-traction rolling stock, arise due to the impossibility of direct measurements. This is due, in particular, to such factors as: lack of direct access to the load for measurements (due to sealing of wagons), significant geometric dimensions of wagons, which makes it difficult for them to measure in the entire cavity; unjustified expenses of time for carrying out measurements, etc. An effective way of solving the problem of determining the current state of goods during operations of the transport cycle on the railway should be considered the introduction of an approach based on the use of mathematical modeling with appropriate model support. In this case, on the one hand □ there is no need for additional equipping of the RS and the railway infrastructure with certain equipment (sensors, telemetry, communication channels, etc.), and on the other *получение* an assessment of the state of the cargo with the desired detail throughout the cavity is provided wagon and forecasting the condition of the cargo for the desired period of time, taking into account possible changes in conditions (weather, transport, transshipment, etc.) during technological operations by rail.

Keywords: non-traction rolling stock, tank car, liquid bulk cargo, mathematical model, numerical implementation algorithm.