

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ ДИСКРЕТНО-АДАПТИВНОЙ ОДНОКАНАЛЬНОЙ ПО ДОПЛЕРОВСКОЙ ЧАСТОТЕ СИСТЕМЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛА В УСЛОВИЯХ ГАУССОВЫХ ПОМЕХ

И.В. Цевух, А.В. Соколов, А.А. Сакович

Одесский национальный политехнический университет,
просп. Шевченко, 1, Одесса, 65044, Украина; e-mail: itsevukh@opu.ua

В работе предложена методика минимизации числа режимов и оптимизации параметров одноканальной по доплеровской частоте дискретно-адаптивной системы (ДАС) обработки сигналов на фоне гауссовых помех при дополнительном ограничении на величину потерь в эффективности по сравнению с системами с непрерывной перестройкой параметров. Разработана с использованием теоретико-графовой модели процедура параметрического синтеза ДАС. Приведены результаты математического моделирования одноканальной по доплеровской частоте ДАС обработки сигнала в условиях аддитивной смеси коррелированной и некоррелированной гауссовых помех.

Ключевые слова: отношение правдоподобия, достаточная статистика, ковариационная матрица

Введение

Одним из основных требований, предъявляемых к существующим и проектируемым многофункциональным системам передачи и извлечения информации (СПИИ), является высокая помехозащищенность в условиях сложной, изменчивой и априорно неизвестной помеховой обстановки. Известно [1], что эффективные системы обработки полезного сигнала в условиях помех должны синтезироваться с использованием теста отношения правдоподобия. Полученные таким образом алгоритмы минимизируют, в определенном смысле, риск, связанный с применением неправильных решений, что немаловажно при построении систем, на выходе которых принимается решение о наличии или отсутствии в исходном процессе полезного сигнала. Применение оптимальных алгоритмов для решения конкретных радиотехнических задач осложняется в силу специфики, заключающейся в невозможности достаточно обоснованного задания вероятностных или даже спектрально-корреляционных характеристик сигнала и помехи, а также требований к реализации алгоритмов в реальном масштабе времени при сохранении их устойчивости к асимптотически оптимальным решениям.

Сложность практической реализации адаптивных оптимальных обнаружителей полезного сигнала с непрерывной перестройкой параметров в зависимости от помеховой обстановки делает актуальным поиск упрощенных вариантов построения и расчет параметров таких систем.

Цель статьи и постановка задач исследования

Целью статьи является проведение параметрического синтеза упрощенной, с точки зрения практической реализации, одноканальной по доплеровской частоте дискретно-адаптивной системы обработки сигналов при дополнительном ограничении на величину потерь в эффективности по сравнению с системами с непрерывной перестройкой параметров.

Для достижения цели необходимо решить следующие задачи:

1. Разработать упрощенный квазиадаптивный алгоритм обработки сигналов в условиях априорно неизвестной помеховой обстановки;

2. Предложить методику минимизации числа режимов и оптимизации параметров одноканальной по доплеровской частоте дискретно-адаптивной системы обработки сигналов при дополнительном ограничении на величину потерь в эффективности по сравнению с системами с непрерывной перестройкой параметров;

3. Провести параметрический синтез одноканальной по доплеровской частоте дискретно-адаптивной системы обработки сигналов в условиях аддитивной смеси коррелированной и некоррелированной гауссовых помех.

Основная часть

Разработка упрощенного варианта построения системы обработки сигнала в условиях сложной и априорно неизвестной помеховой обстановки. Для упрощения построения системы обработки предположим, что априорная неопределенность спектрально-корреляционных характеристик процесса на входе СПИИ носит характер параметрической, а значит одним из путей ее преодоления может быть использование адаптивного Байесова подхода. В этом случае, при допустимости гауссовой аппроксимации плотности распределения вероятности помехи, приемлемыми с точки зрения скорости сходимости оказываются пути, основанные на идее замены в полученных при априорной определенности алгоритмах, корреляционной матрицы помехи ее состоятельной оценкой [2]. С учетом этого в рамках адаптивного Байесового подхода заменим фиксированные параметры ковариационной матрицы помехи B_{Π} их оценками максимального правдоподобия, полученными из обучающей выборки в отсутствии полезного сигнала.

На втором этапе поиска упрощенного варианта построения используем тот факт, что для ряда радиотехнических приложений допустимым оказывается применение вместо оптимальной многоканальной системы обработки - упрощенной системы одноканальной по доплеровской частоте сигнала. Для построения таких одноканальных систем, решающих задачу обнаружения импульсного сигнала на фоне гауссовых помех с неизвестными корреляционными свойствами, в [3] и [4] предложено использовать, соответственно, достаточные статистики

$$T^2 = X^* \hat{B}_{\Pi}^{-1} X ; \quad (1)$$

$$C^2 = X^* \hat{B}_{\Pi}^2 X , \quad (2)$$

где X - N -мерный вектор выборочных отсчетов входного процесса, \hat{B}_{Π} - оценка максимального правдоподобия ковариационной матрицы помехи, $*$ - знак эрмитова сопряжения и транспонирования. В [4] показано, что эффективность алгоритма, использующего C^2 статистику, по вероятностным показателям для гауссовых моделей сигнала и помех оказывается несколько выше алгоритма, использующего T^2

статистику Хотеллинга. Тем не менее, построение систем обработки на базе (1) и (2) затруднено из-за необходимости измерения и преобразования ковариационной матрицы помехи, что требует большого числа вычислений, а для (2) еще и дополнительного, по сравнению с (1), умножения на оценку обратной ковариационной матрицы помехи.

И, наконец, на третьем этапе для уменьшения вычислительной сложности перейдем от адаптивной системы с непрерывной перестройкой параметров (СНП), к дискретно-адаптивной системе [5], состоящей из совокупности неадаптивных подсистем (режимов), автоматически переключающихся в зависимости от результатов анализа помеховой обстановки. Обеспечим при этом контролируемый уровень потерь в эффективности такой ДАС по сравнению с СНП.

Разработка методики параметрического синтеза ДАС. При гауссовой аппроксимации плотности распределения вероятностей аддитивной смеси действующих на входе приемника помех, любую из возможных помеховых ситуаций, принадлежащих некоторой области θ , можно полностью характеризовать значением элементов ковариационной матрицы $B_{\Pi} \in B(\theta)$. Основная идея перехода от систем обработки с непрерывной к системам с дискретной перестройкой параметров заключается в разбиении непрерывной области θ на минимально возможное число M неперекрывающихся подобластей, в каждой из которых потеря в эффективности ДАС относительно СНП не превышает заданной величины C_0 (1-й этап):

$$M \rightarrow \min_{B_{\Pi} \in B(\theta)} = \dot{M};$$

при ограничении

$$C(B_{\Pi}, W_{gi}) \leq C_0;$$

$$i = k, \text{ если } B_{\Pi} \in B(\theta_k),$$

где $C(B_{\Pi}, W_{gi})$ – функционал потерь, вид которого определяется выбранным критерием оптимальности системы обработки G , $B(\theta_k)$ – совокупность всех возможных ковариационных матриц помехи подобласти θ_k , W_{gi} – вектор параметров систем обработки, определяемый ковариационной матрицей B_{gi} .

При этом координаты «центров» (определяющие параметры режимов ДАС) и границы подобластей θ_i , $i = \overline{1, M}$, должны выбираться так, чтобы доставлять минимум средним по области θ потерям (2-й этап):

$$\int_{B(\theta)} C'(B_{\Pi}, W_{gi}) \rightarrow \min_{B_{\Pi} \in B(\theta)},$$

при условии, что

$$C'(B_{\Pi}, W_{gi}) \rightarrow \min_{j=1, M} C(B_{\Pi}, W_{gi}).$$

С учетом этого, правило выбора вектора параметров ДАС может быть записано в следующем виде:

$$W_{gi} = Z_g H_i,$$

где

$$H_i = [h_1 = 0, \dots, h_{i-1} = 0, h_i = 1, h_{i+1} = 0, h_M = 0],$$

если $B_{\Pi} \in B(\theta_i)$; Z_g – матрица, состоящая из \dot{M} векторов параметров ДАС.

Отметим, что пространство θ образует в общем случае бесконечное множество помеховых ситуаций. При численном решении задачи параметрического синтеза необходимо будет перейти к конечным множествам, разбивая пространство входных переменных сеткой из w опорных точек (метод сеток).

Конкретизируем вид критериев оптимизации для каждого из этапов предложенной процедуры параметрического синтеза в соответствии с выбранной моделью дискретно-адаптивной системы обработки сигналов. С учетом [4,6], формальное представление задач поиска минимального числа режимов помехозащиты и оптимизации их параметров имеет вид:

1-й этап:

$$M \rightarrow \min_{B_{\Pi} \in B(\theta)} = \dot{M};$$

при ограничении

$$C(B_{\Pi_j}, B_{\Pi_k}^{-2}) = \frac{\sqrt{\text{Tr} B_{\Pi_j}^{-2} \text{Tr} B_{\Pi_k}^{-2}}}{\sqrt{\text{Tr}(B_{\Pi_k}^{-2} B_{\Pi_j})^2}} \leq C_0;$$

$$j = \overline{1, w}; \quad k = \overline{1, \dot{M}},$$

где $B_{\Pi_k}^{-2} = ZH_k$, Z – блочная матрица, составленная из \dot{M} матриц обработки ДАС, при синтезе которой использовалась достаточная статистика C^2 ; $\text{Tr}[\]$ – след матрицы.

2-й этап:

$$\dot{V} = \min_{V \in V(\theta)} Q(V);$$

$$Q(V) = \frac{1}{w} \sum_{i=1}^w C'(B_{\Pi_j}, B_{\Pi_k}^{-2});$$

$$C'(B_{\Pi_i}, B_{\Pi_k}^{-2}) = \min_{\forall n \neq k} C(B_{\Pi_i}, B_{\Pi_n}^{-2}).$$

В столь общей постановке оптимизационная задача первого этапа является NP -полной, что говорит о невозможности, в общем случае, получения точных оптимальных решений за полиномиальное время без помощи недетерминированных алгоритмов, то есть о необходимости для любого детерминированного алгоритма, корректно решающего данную NP -полную задачу, в худшем случае, экспоненциального количества времени и, следовательно, о его неприменимости на практике ни к каким, за исключением очень малой размерности, индивидуальным задачам. Понимание сложности задачи имеет ряд преимуществ: с одной стороны – показывает безнадежность попыток алгоритмически решить задачу, а с другой – открывает пути для достижения менее амбициозных целей, чем построение алгоритма,

который всегда находит точное решение и время работы которого никогда не превышает полиномиальной оценки.

С учетом этого, и пользуясь рекомендациями [7] для практического решения комбинаторных задач подобного типа, используем приближенный метод. Одним из самых удобных и широко используемых при проектировании сложных систем, в которых естественным образом можно выделить связи между элементами, является теоретико-графовая модель представления данных.

В рамках указанной модели ограниченный ансамбль комбинаций, «помеховая ситуация – режим помехозащиты» может быть представлен с помощью двудольного неориентированного графа $\Gamma(U, V, E)$, в котором множество вершин $U = \{u_1, \dots, u_L\}$ соответствуют L ($L \gg M$) помеховым ситуациям с ковариационными матрицами B_{u_j} , $j = \overline{1, L}$, а координаты вершин множества $V = \{v_1, \dots, v_\mu\}$ однозначно определяют параметры $\mu \gg M$ режимов работы ДАС.

Пусть H – некоторая нумерация на множестве вершин графа $\Gamma(U, V, E)$. Номер вершины u_j при этом обозначается $H(u_j)$, а номер вершины v_i – $H(v_i)$.

Пусть также вершина u_j достигается из v_i , если выполняется условие

$$C(B_{u_j}, W_{v_i}) \leq C_0.$$

Тогда решение задачи сводится к построению подграфа $\Gamma_{\Pi}(U, \dot{S}, \dot{E})$ с минимально возможным множеством вершин \dot{S} , таким, что

$$\dot{S} \in V, |\dot{S}| = M,$$

а для любой вершины $u_j \in U$ существует единственное ребро $(u_j, s_i) \in \dot{E}$, вес которого

$$C(B_{u_j}, W_{v_i}) = \min_k C(B_{u_j}, W_{v_k}).$$

Предлагается следующий алгоритм построения подграфа $\Gamma_{\Pi}(U, \dot{S}, \dot{E})$.

Вход: граф $\Gamma(U, V, E)$. **Выход:** подграф $\Gamma_{\Pi}(U, \dot{S}, \dot{E})$.

Начало.

Шаг 1. $M := 0$, $S := \emptyset$.

Шаг 2. Выбор в V вершины

$$V_m = \arg \max_{j=H_v, j \neq m} \deg(V_j),$$

где $\deg(V_j)$ – степень вершины. Неопределенность разрешается произвольно.

Шаг 3. Удалить из $\Gamma(U, V, E)$ найденную вершину V_m и все смежные с ней вершины из U .

Шаг 4. Добавить V_m в S и увеличить $M := M + 1$.

Шаг 5. Если $U \neq \emptyset$, то переход к шагу 2.

Шаг 6. $j := 0$, $N := M$.

Шаг 7. $j := j + 1$, если $j > M$ то переход к шагу 11.

Шаг 8. Удалить из S вершину $V_{H_S(j)}$.

Шаг 9. При отсутствии в $\Gamma(U, V, E)$ на данной итерации изолированных вершин уменьшить $N := N + 1$ и перейти к шагу 7.

Шаг 10. Включить $V_{H_{S(i)}}$ в S и перейти к шагу 7.

Шаг 11. $\dot{M} := N$, $\dot{S} := S$.

Шаг 12. Вершина $u_j \in U$ смежна вершине $s_i \in \dot{S}$, если выполняется условие

$$C(B_{u_j}, W_{v_i}) = \min_k C(B_{u_j}, W_{v_k}).$$

Конец.

При практической реализации алгоритма для больших мощностей множеств V и U существенный вопрос заключается в том, каким образом хранить данные в памяти ПК, потому что способ хранения описаний ограниченного ансамбля комбинаций «помеховая ситуация – режим помехозащиты» (вершин двудольного графа) и отношений между ними (ребер графа) влияет на возможность и скорость получения решения поставленной задачи. Указанные отношения могут задаваться с помощью матриц смежности, инцидентности, достижимости, списков смежности, списков ребер. Проведенный анализ показал целесообразность представления графа $\Gamma(U, V, E)$ в памяти ПК с помощью бинарной матрицы инцидентности, так как в этом случае учет априорной информации о двудольном характере данного графа позволяет существенно сократить объем используемой памяти по сравнению с необходимым для представления графа произвольной конфигурации.

Элементы d_{ij}^u матрицы инцидентности $D_u[\Gamma(U, V, E)]$ определяются следующим образом:

$$d_{ij}^u = \begin{cases} 1, & \text{если существует ребро } (u_j, v_i); \\ 0, & \text{в противоположном случае.} \end{cases}$$

Временная сложность разработанного алгоритма и его эффективность в значительной степени зависят от конфигурации вводимого графа $\Gamma(U, V, E)$, а его емкостная сложность определяется размерами матрицы инцидентности $D_u[\Gamma(U, V, E)]$ и, несмотря на экономию, достигаемую за счет учета двудольного характера графа $\Gamma(U, V, E)$, ограничивает применение этих алгоритмов объемом памяти ПК, имеющегося у разработчика.

Результаты параметрического синтеза одноканальной по доплеровской частоте ДАС сигнала в условиях аддитивной смеси некоррелированной (НП) и унимодальной коррелированной гауссовых помех. С помощью программной реализации предложенной методики проведем параметрический синтез одноканальной по доплеровской частоте ДАС сигнала в условиях характерной для некоторых типов СПИИ помеховой обстановки, когда отношение некоррелированная помеха(НП)/коррелированная помеха(КП) изменяется в пределах от 0 до -40дБ, форма спектра флуктуаций КП – от резонансной до гауссовой, а его относительная полуширина от 0,05 до 0,2. Предположим, что адаптация к аргументу корреляционной функции помехи носит непрерывный характер. Такое уточнение области помеховых ситуаций позволяет существенно снизить время расчетов за счет устранения в процессе формирования множеств U и V графа $\Gamma(U, V, E)$ операции проверки генерируемых матриц B_{u_j} , $j = \overline{1, L}$, на принадлежность к классу ковариационных.

Результаты расчетов числа подобластей (режимов помехозащиты \dot{M}), требуемого для обеспечения заданного уровня максимальных потерь (C_0), и значений средних, относительно СНП, потерь в эффективности ($\overline{\Delta C}$) в зависимости от размерности (N)

вектора входного процесса ДАС, синтезированной с использованием решающей статистики (2), приведены в таблице 1.

Таблица 1.
Результаты параметрического синтеза одноканальной по доплеровской частоте ДАС

N	C_0, dB	\dot{M}	$\overline{\Delta C}, dB$
3	1	12	0,093
	2	9	0,148
	3	7	0,210
	4	5	0,281
	5	3	0,409
4	1	11	0,430
	2	8	0,453
	3	6	0,592
	4	4	0,705
	5	3	0,767
5	1	9	0,89
	2	7	0,913
	3	5	0,937
	4	3	1,179
	5	3	1,179

Из таблицы 1 следует, что с увеличением N сокращается число режимов ДАС: при $C_0 = 3dB$ \dot{M} уменьшается с семи для $N = 3$ до пяти для $N = 5$. Это можно объяснить тем, что с увеличением N разность между значениями условных математических ожиданий статистики $C^2 \{M[C^2 / \text{сигнал присутствует}] - M[C^2 / \text{сигнал отсутствует}]\}$ растет быстрее примерно в \sqrt{N} раз, чем условное среднеквадратическое отклонение $D^{1/2}[C^2 / \text{сигнал отсутствует}]$, а следовательно, снижается влияние “хвостов” распределения $p[C^2 / \text{сигнал отсутствует}]$ на величину показателя качества обнаружения.

Для наглядности в таблице 2 приведены результаты расчетов значений элементов нижней треугольной матрицы обработки Q (разложение Холецкого $B_{\Pi_k}^{-2} = QQ^T$) одноканальной по доплеровской частоте ДАС обработки сигнала, синтезированной с использованием достаточной статистики C^2 для $N = 3$ и $C_0 = 3dB$.

Таблица 2.
Значения элементов нижней треугольной матрицы обработки Q одноканальной ДАС

C_0, dB	Номер режима	Q			$\overline{\Delta C}, dB$
3	1	1024	-2026	1024	0,21
		0	2865	-1448	
		0	0	2047	
	2	458,2	-902,9	457,3	
		0	25,24	-25,57	
		0	0	0,701	

Продолжение таблицы 2.

C_0, dB	Номер режима	Q			$\overline{\Delta C}, dB$
3	3	273,9	-537,4	273,1	0,21
		0	19,82	-20,17	
		0	0	0,5	
	4	724,1	-1417	723,9	
		0	16,03	-16,39	
		0	0	0,612	
	5	63,81	-123,0	62,59	
		0	12,11	-12,42	
		0	0	0,605	
	6	149,4	-286,2	149,2	
		0	8,231	-8,540	
		0	0	0,625	
	7	8,191	-13,94	6,709	
		0	4,440	-4,652	
		0	0	0,661	

Выводы

В работе предложена методика и проведен параметрический синтез одноканальной по доплеровской частоте сигнала ДАС, в которой, для сокращения числа режимов был сохранен непрерывный характер адаптации к аргументу корреляционной функции помехи. Показано, что синтезированная, в соответствии с разработанной методикой ДАС для заданных ограничений на максимальные потери позволяет, при сравнительно небольшом числе режимов помехозащиты (не более семи для $C_0 \geq 3\text{дБ}$, $N \geq 3$), обеспечить, в предположении безошибочной классификации помеховой обстановки, незначительные (менее 1дБ для $C_0 \geq 3\text{дБ}$, $N \geq 3$) средние относительно СНП потери в эффективности обработки сигналов на фоне аддитивной смеси некоррелированной и унимодальной коррелированной помех.

Список литературы

1. Merrill, I. Skolnik Radar Handbook. Vol. 1. – 3 Edition. — The McGraw-Hill Companies, 2008. — 273 p. — ISBN: 9780071485470.
2. Levy, B.C. Principles of Signal Detection and Parameter Estimation N. — Y.: Springer, 2008. — 642 p.
3. Бартенев, В.Г. О построении адаптивного обнаружителя импульсных сигналов на фоне нормальных помех с неизвестными корреляционными свойствами / В.Г. Бартенев, А.М. Шлома. // Радиоэлектроника. — 1988. — № 2. — С. 3–8.
4. Цевух, И.В. Алгоритм обработки гауссовых сигналов условиях гауссовых помех / И.В. Цевух. // Радиоэлектроника. — 1988. — № 12. — С. 53–54.
5. Maurice, G. Bellanger Adaptive digital filters. — Marcel Dekker Inc, 2001. — 464 p.
6. Бакулев, П.А. Радиолокационные системы. — М: Радиотехника, 2004. — 320 с.
7. Avis, D. Graph theory and combinatorial optimization / D. Avis, A. Hertz, O. Marcotte. — Y.: Springer, 2005. — 272 p.

**ПАРАМЕТРИЧНИЙ СИНТЕЗ ДИСКРЕТНО-АДАПТИВНОЇ ОДНОКАНАЛЬНОЇ
З ДОПЛЕРОВСЬКОЇ ЧАСТОТИ СИСТЕМИ ОБРОБКИ СИГНАЛУ В УМОВАХ
ГАУССОВИХ ЗАВАД**

І.В. Цевух, А.В. Соколов, А.А. Сакович

Одеський національний політехнічний університет,
просп. Шевченка, 1, Одеса, 65044, Україна; e-mail: itsevukh@opu.ua

В роботі запропонована методика мінімізації числа режимів і оптимізації параметрів одноканальної з доплеровської частоти дискретно-адаптивної системи (ДАС) обробки сигналів на тлі гаусових завад при додатковому обмеженні на величину втрат в ефективності в порівнянні системами з безперервною зміною параметрів. Розроблено, з використанням теоретико-графової моделі, процедуру параметричного синтезу ДАС. Наведено результати математичного моделювання одноканальної з доплеровської частоти ДАС обробки сигналу в умовах адитивної суміші корельованої та некорельованої гаусових завад.

Ключові слова: відношення правдоподібності, достатня статистика, коваріаційна матриця

**PARAMETRIC SYNTHESIS OF ONE-CHANNEL ON DOPPLER FREQUENCY
OF DISCRETE-ADAPTIVE PROCESSING SYSTEM FOR SIGNAL IN GAUSSIAN NOISES**

I.V. Tsevukh, A.V. Sokolov, A.A. Sakovich

Odesa National Polytechnic University,
1, Shevchenko Ave., Odesa, 65044, Ukraine; e-mail: itsevukh@opu.ua

In this paper a technique for minimizing the number of regimes and optimizing the parameters of a discrete-adaptive signal processing system (DAS) in conditions of gaussian noises is proposed, with an additional restriction on the magnitude of efficiency losses compared to systems with continuous parameters variation. A procedure for parametric DAS synthesis was developed using the graph-theoretic model. Results of the mathematical modeling of a single-channel on doppler frequency DAS in the conditions of an additive mixture of correlated and uncorrelated gaussian noises are presented.

Keywords: likelihood ratio, sufficient statistics, covariance matrix