

# СИНТЕЗ И МОДЕЛИРОВАНИЕ ЦИФРОВОГО УПРАВЛЯЮЩЕГО УСТРОЙСТВА ДЛЯ НЕСТАЦИОНАРНОГО ОБЪЕКТА

С.А. Бобриков, Е.Д. Пичугин, Н.Н. Дикий

Одесский национальный политехнический университет,  
просп. Шевченка, 1, Одеса, 65044, Украина; e-mail: bobrikov1932@gmail.com

Проведен синтез цифрового управляющего устройства для объекта, параметры которого – коэффициент усиления и постоянная времени - могут изменяться в широких пределах. Заданная часть системы включает в себя исполнительное устройство (звено первого порядка) с неизменяющимися параметрами и двигатель – звено второго порядка с изменяющимися параметрами. Управляющее устройство обеспечивает постоянство показателей качества системы при любых значениях переменных параметров объекта в заданном диапазоне их значений. В качестве показателей процесса приняты максимальное перерегулирование в переходной характеристике и время переходного процесса. Разработана структурная схема цифрового регулятора и метод расчета его параметров. Работа выполнена путём моделирования системы в пакете MATLAB-Simulink.

**Ключевые слова:** регулятор, система управления, передаточные функции, переходная характеристика, показатели качества управления, объект управления, исполнительный механизм, усилитель, обратная связь, адаптивная система

## Введение

Разрабатываемое управляющее устройство предназначено для работы в системе автоматического управления объектом, в котором некоторые параметры в процессе нормальной работы системы могут изменяться в широких пределах. Примерами подобных объектов могут служить: управляемая ракета, морское судно с грузом и без груза и др. В системах управления нестационарными объектами обычно используются методы адаптивного управления, что приводит к существенному усложнению как самой системы, так и методов её расчета и проектирования [1-6]. В работе [7] приведен метод расчёта регулятора, отличающийся сравнительной простотой и обеспечивающий работу системы управления с заданными показателями качества при изменении основных параметров объекта в широких пределах. Описанный в [7] регулятор представлен в аналоговой форме. В данной работе проведено исследование путём моделирования системы, разработанной в [7], при условии выполнения управляющего устройства в цифровой форме.

## Цель работы

Целью работы является синтез и моделирование системы управления нестационарным объектом с цифровым регулятором. За основу построения системы принята схема, представленная в работе [7]. Результатом данной работы является дискретная передаточная функция регулятора и рекуррентное уравнение, позволяющее запрограммировать цифровое управляющее устройство.

**Основная часть**

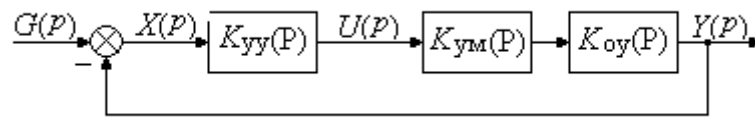
Обобщенная структурная схема разрабатываемой системы показана на рис.1, где приняты следующие обозначения:  $K_{уу}(p)$  – передаточная функция управляющего устройства,  $K_{ум}(p)$  – передаточная функция усилителя мощности (исполнительного устройства),  $K_{оу}(p)$  – передаточная функция объекта управления. Полагаем, что заданная часть системы (исполнительное устройство и объект управления) описываются следующими передаточными функциями:

$$K_{ум}(p) = \frac{K_1}{T_1 p + 1}, \quad K_{оу}(p) = \frac{K_2}{(T_2 p + 1)p}.$$

Принимаем условие, что параметры усилителя мощности  $K_1$  и  $T_1$  заданы и в процессе работы системы не меняются, а параметры объекта  $K_2$  и  $T_2$  могут изменяться в заданных пределах:

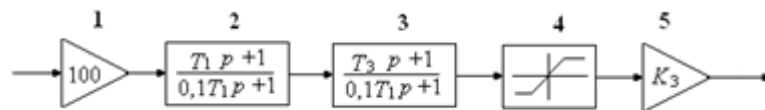
$$K_{2\min} \leq K_2 \leq K_{2\max}; \quad T_{2\min} \leq T_2 \leq T_{2\max}.$$

Разрабатываемое управляющее устройство должно обеспечить работу системы с заданными показателями качества при любых возможных значениях параметров объекта. В качестве показателей принимаем максимальное перегуливание в переходной характеристике при условии, что время переходного процесса не превысит заданного значения.



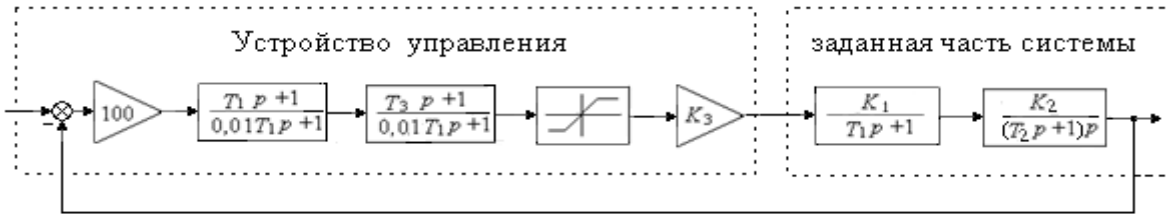
**Рис. 1.** Обобщенная структурная схема системы управления

Как показано в [7] управляющее устройство непрерывного действия (аналоговое) в такой системе может быть выполнено по следующей схеме, представленной на (рис.2).



**Рис. 2.** Структурная схема аналогового управляющего устройства: 1,5 – усилители; 2,3 – линейные дифференцирующие звенья; 4 – нелинейность типа «насыщение»

В структурной схеме регулятора (рис.2) принимаем, что постоянная времени  $T_1$  равна постоянной времени усилителя мощности в заданной части системы. Полагаем, что этот параметр в процессе работы системы не меняется. Постоянная времени  $T_3$  определяется по заданным параметрам объекта управления (см. далее). В нелинейном звене 4 (насыщение) линейная часть имеет коэффициент 1, а насыщение наступает при входной величине, равной  $\pm 2$ . Структурная схема системы с аналоговым регулятором приведена на рис.3.



**Рис. 3.** Структурная схема системы с аналоговым регулятором

Передаточная функция разомкнутой системы управления без учета нелинейного звена равна (рис.3):

$$K_{\text{раз}}(p) = \frac{100(T_1p+1)(T_3p+1)K_3K_1K_2}{(0,1T_1p+1)^2(T_1p+1)(T_2p+1)p} = \frac{(T_3p+1)K_c}{(0,1T_1p+1)^2(T_2p+1)p}, \quad (1)$$

где  $K_c=100K_1K_2K_3$ .

Данная система является существенно нелинейной. Устойчивые автоколебания в такой системе возникают, если линейная часть (с учетом коэффициента в линейной части характеристики нелинейного звена) неустойчива. Условие устойчивости линейной части системы (а, значит, и условие отсутствия автоколебаний в нелинейной системе) определим, используя алгебраический критерий устойчивости линейных систем (критерий Гурвица). Для этого определим передаточную функцию замкнутой системы (без учёта насыщения), а затем характеристическое уравнение замкнутой системы.

Передаточная функция замкнутой системы равна:

$$K_{\text{зам}}(p) = \frac{K_{\text{раз}}(p)}{1 + K_{\text{раз}}(p)} = \frac{(T_3p+1)K_c}{(0,1T_1p+1)^2(T_2p+1)p + (T_3p+1)K_c}.$$

Характеристическое уравнение замкнутой системы имеет вид:

$$(0,1T_1p+1)^2(T_2p+1)p + (T_3p+1)K_c = 0.$$

Сделав соответствующие преобразования приведём характеристическое уравнение замкнутой системы к виду:

$$a_0p^4 + a_1p^3 + a_2p^2 + a_3p + a_4 = 0,$$

где  $a_0 = 0,01T_1^2T_2$ ;  $a_1 = 0,2T_1T_2 + 0,01T_1^2$ ;  $a_2 = T_2 + 0,2T_1$ ;  $a_3 = 1 + T_3K_c$ ;  $a_4 = K_c$ .

В соответствии с критерием Гурвица условие устойчивости определяется следующими неравенствами:

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} > 0; \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} > 0. \quad (2)$$

Подставив значения коэффициентов характеристического уравнения в неравенства (2) и сделав ряд преобразований и упрощений, находим условие устойчивости для коэффициента усиления системы  $K_c$ :

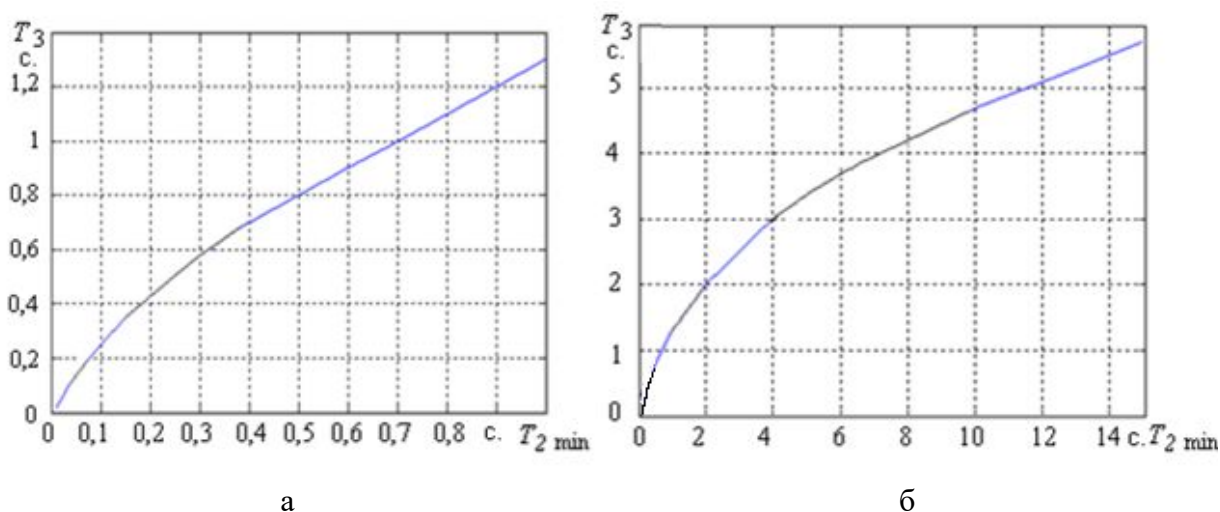
$$K_c < \frac{20T_{2\min}}{T_1T_3} + \frac{4}{T_3} + \frac{0,2T_1}{T_2T_3} \approx \frac{20T_{2\min}}{T_1T_3} = K_{\text{кр}}. \quad (3)$$

В управляющем устройстве неизвестными параметрами являются постоянная времени  $T_3$  и коэффициент усиления  $K_3$ . Величины этих параметров определяются из условия, что регулятор должен обеспечить заданные динамические свойства системы при изменении параметров объекта в процессе нормальной работы системы в заданных интервалах:

$$K_{2\min} \leq K_2 \leq K_{2\max}, \quad T_{2\min} \leq T_2 \leq T_{2\max}.$$

В качестве заданных динамических свойств принимаем минимальное перерегулирование в переходной характеристике ( $\sigma_{\max} \leq 5\%$ ), и время регулирования  $t_p \leq T_{2\max}$ . Время регулирования определим, как интервал времени от начала подачи на вход системы единичного ступенчатого сигнала до момента, после которого ошибка управления не превышает 1%.

Величина постоянной времени  $T_3$  определяется по заданной величине  $T_{2\min}$  [7] с использованием графиков, приведенных на рис.4. Графики рис.4 построены при условии, что  $K_c=100$ . При этом максимальное перерегулирование не превышает 5%, а время регулирования  $t_p \leq T_{2\max}$ . Экспериментально установлено, что увеличение коэффициента усиления и постоянной времени объекта в 10 раз практически не влияет на показатели качества системы.



**Рис. 4.** Зависимость  $T_3$  от минимального значения постоянной времени объекта управления  $T_{2\min}$ : а –  $0 < T_{2\min} < 1$ ; б –  $0 < T_{2\min} < 15$

Расчёт управляющего устройства проводим в следующей последовательности.

1. Расчет аналогового управляющего устройства.

Считаем заданными следующие параметры (рис.3):  $K_1$ ,  $T_1$ ,  $K_{2\min}$ ,  $K_{2\max}$ ,  $T_{2\min}$ ,  $T_{2\max}$ . Принимаем условие: максимальное перерегулирование в переходной характеристике  $\sigma_{\max} \leq 5\%$ , время регулирования  $t_p \leq T_{2\max}$ ,  $T_{2\max} \leq 10T_{2\min}$ ,  $K_{2\max} \leq 10K_{2\min}$ . По кривым рис.4 для заданной величины  $T_{2\min}$  находим соответствующее значение  $T_3$ .

Принимая, что коэффициент усиления системы  $K_c$  равен (1):

$$K_c = 100K_1K_{2_{\text{вн}}}K_3 = 100,$$

определяем величину коэффициента  $K_3$ :

$$K_3 = \frac{100}{100K_1K_{2_{\text{вн}}}} = \frac{1}{K_1K_{2_{\text{вн}}}}$$

По формуле (3) проверяем критическое значение коэффициента усиления системы  $K_{\text{скр}}$ . Так как графики рис.4 построены для значения  $K_c=100$ , очевидно, что для обеспечения отсутствия в системе автоколебаний должно выполняться условие:  $K_{\text{скр}} > 100$ .

Непрерывная передаточная функция части управляющего устройства (без нелинейного звена и коэффициента  $K_3$ ) имеет вид:

$$K_{yy}(p) = \frac{100(T_1p + 1)(T_3p + 1)}{(0,1T_1p + 1)^2} \quad (4)$$

2. Определение дискретной передаточной функции и рекуррентного уравнения цифрового управляющего устройства.

Определение дискретной передаточной функции управляющего устройства выполняем путем подстановки в непрерывную передаточную функцию (4) выражения [8]:

$$p = \frac{2(z-1)}{T_0(z+1)} \quad (5)$$

где  $T_0$  – шаг квантования непрерывного сигнала по времени.

Для того, чтобы цифровая система управления максимально соответствовала исходной непрерывной системе, шаг квантования следует принять исходя из условия  $T_0 \leq 0,5T_{\text{мин}}$ , где  $T_{\text{мин}}$  – наименьшая постоянная времени в непрерывной передаточной функции [9].

Дискретная передаточная функция вычислителя управляющего устройства имеет вид:

$$K_{yy}(z) = \frac{r_2z^2 + r_1z + r_0}{g_2z^2 + g_1z + g_0} = \frac{U(z)}{X(z)}, \quad (6)$$

где  $X(z)$  и  $U(z)$  соответственно  $z$ -изображения ошибки управления и сигнала на выходе вычислителя.

Представим уравнение (6) в следующем виде:

$$U(z)(g_2z^2 + g_1z + g_0) = X(z)(r_2z^2 + r_1z + r_0). \quad (7)$$

Заменяя  $z$ -изображения на оригиналы (решетчатые функции) и выделив выходную величину –  $u[n]$  получим рекуррентное уравнение вычислителя:

$$u[n] = \frac{r_2}{g_2} x[n] + \frac{r_1}{g_2} x[n-1] + \frac{r_0}{g_2} x[n-2] - \frac{g_1}{g_2} u[n-1] - \frac{g_0}{g_2} u[n-2].$$

**Пример.**

Пусть параметры заданной части системы следующие: усилитель мощности -  $K_1=0,5$ ;  $T_1=0,01$  с; объект управления -  $0,2 \leq K_2 \leq 2$ ;  $0,5 \leq T_2 \leq 5$ .

По кривым рис.4 для заданной величины  $T_{2min}=0,5$  находим :  $T_3=0,8$ .

1. Определяем коэффициент  $K_3$  (1):

$$K_3 = \frac{1}{K_1 K_{2min}} = \frac{1}{0,5 * 0,2} = 10$$

Передаточная функция аналогового регулятора (без нелинейного звена и коэффициента  $K_3$ ) имеет вид:

$$K_{pez}(p) = \frac{100(T_1 p + 1)(T_3 p + 1)}{(0,1 T_1 p + 1)^2} \tag{8}$$

Определим критическое значение коэффициента усиления линейной модели системы (3) – то есть то значение, при котором в нелинейной системе возникают автоколебания:

$$K_{скр} \approx \frac{20 T_{2min}}{T_1 T_3} = \frac{20 * 0,5}{0,01 * 0,8} = 1250$$

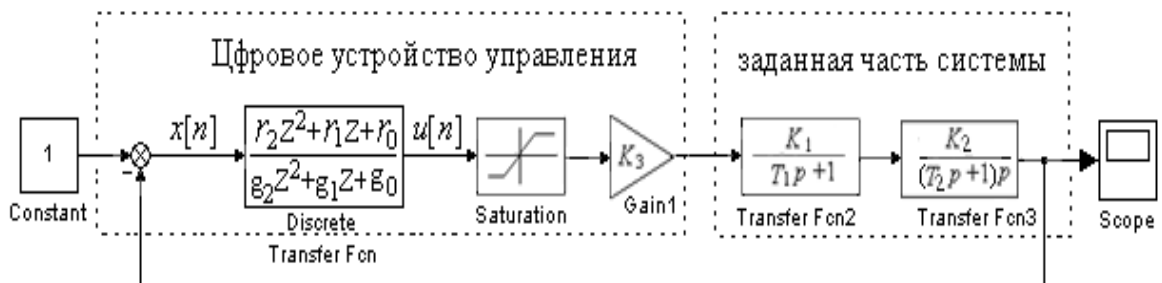
Так как при расчете управляющего устройства общий коэффициент системы принят равным 100, очевидно, в данном примере система имеет достаточно большой запас устойчивости по коэффициенту усиления, что обеспечивает отсутствие автоколебаний при любых возможных значениях параметров объекта.

2. Сделав подстановку (5) в непрерывную передаточную функцию регулятора (8), получим дискретную передаточную функцию цифрового вычислительного устройства регулятора:

$$K_{pez}(z) = \frac{r_2 z^2 + r_1 z + r_0}{g_2 z^2 + g_1 z + g_0}$$

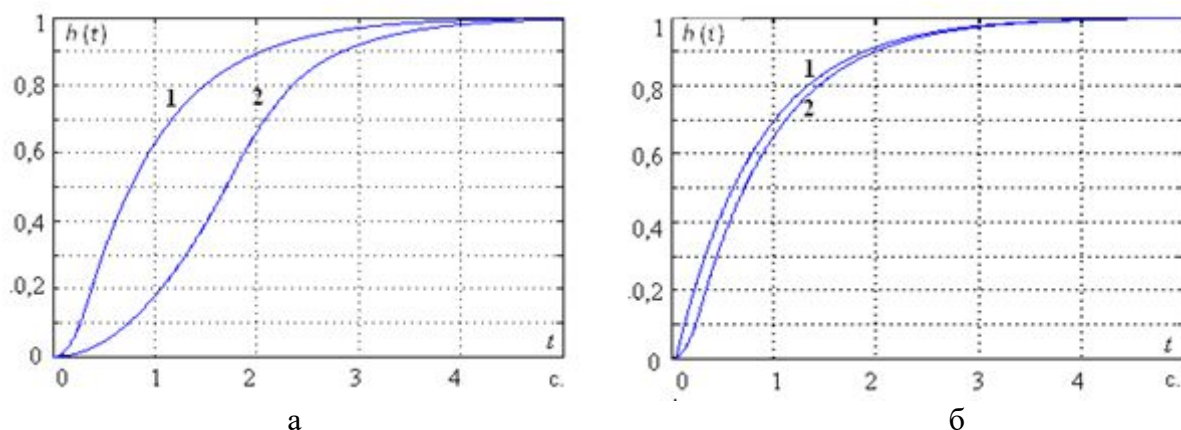
где  $r_2=3,232404$ ;  $r_1=-6,99992$ ;  $r_0=3,167604$ ;  $g_2=4,84e-006$ ;  $g_1=-7,92e-006$ ;  $g_0=3,24e-06$ ;  $T_0=0,001$ .

Схема набора модели в системе Simulink приведена на рис.5.



**Рис. 5.** Схема набора модели в системе Simulink

Результаты моделирования приведены на рис.6.



**Рис. 6.** Результаты моделирования системы с цифровым регулятором: а –  $K_2=0,2$  ( $1 - T_2=0,5$ ;  $2 - T_2=5$ ); б –  $K_2=2$  ( $1 - T_2=0,5$ ;  $2 - T_2=5$ )

## Выводы

Разработано цифровое управляющее устройство для системы, заданная часть которой содержит усилитель мощности (исполнительное устройство) с неизменяющимися параметрами и объект управления, параметры которого могут в процессе нормальной работы системы изменяться в широких пределах (1:10). Показано, как получить дискретную передаточную функцию регулятора по известной непрерывной передаточной функции. Приведен пример расчета цифрового регулятора.

## Список литературы

1. Ядыкин, И.Б. Оптимальное адаптивное управление на основе беспоисковой самонастраивающейся системы с обучаемой эталонной моделью/ Автоматика и телемеханика, 1979. – № 2. – С. 65-79
2. Уткин, В.А. Задача слежения в линейных системах с параметрическими неопределенностями при неустойчивой нулевой динамике / В.А.Уткин, А. В. Уткин// Автоматика и телемеханика, 2014. – № 9. – С. 45–64
3. Рутковский, В.Ю. Стабилизация упругих колебаний конструкции крупногабаритных спутников с переменными параметрами методами адаптации / В.Ю.Рутковский, В. М. Суханов, В. М. Глумов// Автоматика и телемеханика, 2011. – № 12. – С. 91–103
4. Земляков, С.Д. Алгоритм функционирования адаптивной системы с эталонной моделью, гарантирующий заданную динамическую точность управления нестационарным динамическим объектом в условиях неопределенности/ С. Д. Земляков, В. Ю. Рутковский // Автоматика и телемеханика, 2009. – № 10. – С. 35–44.
5. Глумов, В.Ю. Адаптивное управление ориентацией деформируемых космических аппаратов с изменяющимися параметрами/ В. М. Глумов, В. Ю. Рутковский, В. М. Суханов// // Автоматика и телемеханика, 1999. – № 4. – С. 90-102
6. Кринецкий, И.И. Исследование автоматического управления курсом судна с учетом нелинейных характеристик системы / И.И.Кринецкий, Е.Д.Пичугин // Судовождение и связь. Труды ЦНИИ морского флота, 1967. – №.83.-С.13-16.
7. Бобриков, С.А. Синтез и моделирование регулятора для объекта с изменяющимися параметрами / С.А. Бобриков, Е.Д. Пичугин, С.И. Кысса // Информатика и математические методы в моделировании, 2017. – № 1-2. – С.54-61.
8. Батоврин, А. А., Цифровые следящие системы судовой автоматики / [Батоврин А. А., Дашевский П. Г., Лебедев В. Д. и др.]. – Л. : Судостроение, 1972. – 445 с.
9. Бесекерский, В.А. Теория систем автоматического регулирования / В.А.Бесекерский, Е.П.Попов. – М.: Наука, 1972. – 719с.

10. Краснопрошина, А.А. Современный анализ систем управления с применением MATLAB, Simulink, ControlSistem / А. А.Краснопрошина, Н. Б.Репникова, А. А.Ильченко. – К : Корнійчук, 1999. – 141 с

### СИНТЕЗ І МОДЕЛЮВАННЯ ЦИФРОВОГО ПРИСТРОЮ УПРАВЛІННЯ ДЛЯ НЕСТАЦІОНАРНОГО ОБ'ЄКТА

С.О. Бобріков, Є.Д. Пічугін, М.М. Дикий

Одеський національний політехнічний університет,  
просп.Шевченко, 1, Одеса, 65044, Україна; e-mail: bobrikov1932@gmail.com

Проведено синтез цифрового керуючого пристрою для об'єкта, параметри якого - коефіцієнт посилення і постійна часу - можуть змінюватися в широких межах. Задана частина системи включає в себе виконавчий пристрій (ланка першого порядку) з параметрами, які не змінюються, і двигун - ланка другого порядку зі змінними параметрами. Керуючий пристрій забезпечує сталість показників якості системи при будь-яких значеннях змінних параметрів об'єкта в заданому діапазоні їх значень. Показниками процесу прийняті максимальне перерегулювання в перехідній характеристиці і час перехідного процесу. Розроблено структурну схему цифрового регулятора та метод розрахунку його параметрів. Робота виконана шляхом моделювання системи в пакеті MATLAB-Simulink.

**Ключові слова:** регулятор, система управління, передавальні функції, моделювання, перехідна характеристика, показники якості управління, об'єкт управління, виконавчий механізм, підсилювач, зворотний зв'язок, адаптивна система

### SYNTHESIS AND SIMULATION OF DIGITAL MANAGING DEVICE FOR NON-STATIONARY OBJECT

S.A. Bobrykov, E.D. Pichugin, N.N. Dikiy

Odesa National Politecnic University,  
1 Shevchenko Ave., Odesa, 65044, Ukraine; e-mail: bobrikov1932@gmail.com

Synthesis of a digital control device for an object whose parameters - gain and time constant - can vary within wide limits. The predetermined portion of the system includes an actuator (first-order unit) with unchanging parameters and an engine-second-order link with varying parameters. The control device ensures the consistency of the system's quality indicators for any values of the object's variables in the specified range of their values. As indicators of the process, the maximum overshoot in the transient response and the transient time are taken. A block diagram of the digital regulator and a method for calculating its parameters have been developed. The work was done by modeling the system in the MATLAB-Simulink package.

**Keywords:** regulator, control system, transfer functions, simulation, transient response, control quality indicators, control object, actuator, amplifier, feedback, adaptive system